

§2. 加速器

2-4-3. 放射光可視成分によるエミッタンス測定

小方 厚

高エネルギー物理学研究所*

Emittance Measurement using Synchrotron Radiation in Visible Range

Atsushi OGATA

National Laboratory for High Energy Physics

Emittance measurement of the TRISTAN MR in the light source operation was described. Emittance was derived from the beam sizes imaged by the visible component of synchrotron radiation from a bending magnet. Horizontal and vertical emittance values obtained were 7 ± 0.5 nm and 0.6 ± 0.2 nm, respectively.

1. 測定の原理

放射光の可視成分の光源の像から、水平および垂直方向のビームサイズ σ を測定し、 $\sigma = (\varepsilon\beta)^{1/2} + \eta\Delta p/p$ の関係からエミッタンス ε を求めた。光源の位置では分散関数 η は 15 mm, $\Delta p/p$ は 1.2×10^{-3} 程度なので、ビームサイズ測定における分散関数の寄与は $18 \mu\text{m}$ 程度である。一方ビームサイズは垂直方向でも $50 \mu\text{m}$ より大きいと予想されるので、相対的な分散関数の寄与は 5% 以下である。これは後で述べるもろもろの誤差に比較するときわめて小さい。そこでビームサイズとエミッタンスの関係は単純に $\sigma = (\varepsilon\beta)^{1/2}$ と仮定した。

2. 測定装置

測定装置を図 1 に示す。真空ダクト内のベリリウム鏡は有効長が縦横 40 mm, 厚さ 5 mm で、

使用前の平面度は 500 nm であった。スリット幅は水平方向は遠隔操作、垂直方向は手動可変であった。バンドパスフィルター (図の BPF) により $\lambda = 500 \pm 5$ nm の成分のみを、遠隔操作可能な ND フィルターにより減光させて CCD カメラに導いた。このカメラの画素数は 768×494 で、光源から焦点距離 1000 mm のレンズまでの距離は 6380 mm, レンズから CCD 受光面までの距離は 1156 mm で、受光面上に得られる像の倍率は 0.157 であった。

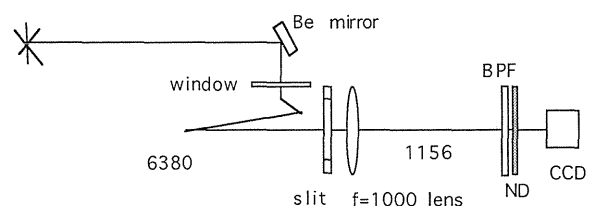


Figure 1. Setup of measurement.

* 高エネルギー物理学研究所加速器 〒305 つくば市大穂 1-1
TEL 0298-64-5255 FAX 0298-64-3182 e-mail ogata@kekvox.kek.jp

データは以下のように整理した。まず50フレーム分の画像を2次元的に積算し、つぎに水平および垂直方向のヒストグラムを得た。このヒストグラムを最小2乗法により

$$F(z) = A \exp \left[-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] + Bz + C$$

にあてはめ、 A, B, C, μ, σ を求めた。ただし $z=x$ (水平方向) または y (垂直方向) であり、 $Bz+C$ はバックグラウンドで、 σ が求めるビームサイズである。

3. 測定誤差

われわれは σ の測定値から ε を求めるので、 σ の測定誤差 $\Delta\sigma$ を知る必要がある。この誤差の要因には

- 1 回折による $\Delta\sigma_d$
- 2 視界深度による $\Delta\sigma_f$
- 3 非点収差による $\Delta\sigma_a$
- 4 量子化誤差による $\Delta\sigma_{CCD}$
- 5 格子定数 β による $\Delta\sigma_\beta$

がある。測定値 σ_m はこれらの誤差および真の値 σ_t と

$$\sigma_m = [\Delta\sigma_d^2 + \Delta\sigma_f^2 + \Delta\sigma_a^2 + \Delta\sigma_{CCD}^2 + \Delta\sigma_\beta^2 + \sigma_t^2]^{1/2} \quad (1)$$

の関係を持つ。以下、1 から 5 までの誤差について逐一検討する。

3.1 回折による誤差

垂直方向に回折がもたらす誤差は放射光の開口角によってきまる。この $\Delta\sigma_{dy}$ の計算には

$$\Delta\sigma_{dy} \Delta\sigma'_{dy} = \frac{\lambda}{4\pi},$$

$$\Delta\sigma'_{dy} = \frac{0.723}{\gamma} \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^{1/3}, \quad \lambda_c = 0.559 \frac{\rho[\text{m}]}{E^3[\text{GeV}]}$$

を用いる。 $\lambda=500 \text{ nm}$, $E=8-10 \text{ GeV}$, $\rho=246 \text{ m}$ では

$$\Delta\sigma_{dy} = 70.0 \mu\text{m} \quad (2)$$

である。

水平方向の誤差はフラウンホーファー回折できまる。スリット幅を D , 光源からスリットまでの距離を d_1 , スリットから受光面までの距離を d_2 とすると、受光面における回折パターンは $f(x) = (\text{sinc}[Dx/(\lambda d_2)])^2$, ただし $\text{sinc } x = \sin \pi x / (\pi x)$ である。rms 誤差に変換するために $f(x) = \exp[-1/2]$ とおけば、受光面における誤差として $0.380 \lambda d_2 / D$ を得る。光源における値に換算すれば

$$\Delta\sigma_{dx} = 0.380 \lambda d_1 / D \quad (3)$$

である。

3.2 視界深度による誤差

スリットが粒子軌道を見込む角度が $\theta = D/d_1$ であることから、われわれのセットアップでは $d[\text{mm}] = 38.5 D[\text{mm}]$ である。この区間の光が一様に受光面に入るものとして、視界深度の標準偏差 (rms 値) をとれば、 $\Delta d = d/12^{1/2}$ あるいは $\Delta d[\text{mm}] = 11.1 D[\text{mm}]$ を得る。垂直方向に視界深度がもたらす誤差は放射光の開口角と視界深度そのものの積、すなわち $\Delta\sigma_f = \Delta\sigma' d$ である。先の公式より得る $\Delta\sigma'_y = 568 \mu\text{rad}$ をそのまま代入して

$$\Delta\sigma_{fy}[\mu\text{m}] = 6.28 D[\text{mm}] \quad (4)$$

を得る。通常の運転では $D=15 \text{ mm}$ であったが、このとき $\Delta\sigma_{fy} = 94.2 \mu\text{m}$ であった。水平方向は見込み角 $\theta = D/d_1$ の標準偏差 (rms 値) $\sigma'_{dx}[\mu\text{rad}] = 45.2 D[\text{mm}]$ を用いて

$$\Delta\sigma_{fx}[\mu\text{m}] = 0.469 D^2[\text{mm}] \quad (5)$$

である。 $D=15\text{ mm}$ では $\Delta\sigma_{fx}=104\ \mu\text{m}$ である。

3.3 非点収差による誤差

CCD カメラの位置を移動させながらビームサイズを測定したところ、水平方向と垂直方向とで焦点位置が20 mm 異なることがわかった。言い換えれば、この結像系は非点収差を持つ。図2において、太い一点鎖線の位置、すなわち水平方向の焦点と垂直方向の焦点のちょうど中間に受光面をおいたとして非点収差による誤差 $\Delta\sigma_a$ を求める。ふたつの焦点の間の距離を $2l$ とすれば、 $\Delta\sigma_a = \sigma'_\theta l$ である。 l は受光位置では20 mm で、光源位置に換算すると127 mm となる。 $\sigma'_{\theta x} [\mu\text{rad}] = 45.2 D[\text{mm}]$, $\sigma'_{\theta y} = 567\ \mu\text{rad}$ であって、これから

$$\Delta\sigma_{ax}[\mu\text{m}] = 2.87 D[\text{mm}] \quad (6)$$

($D=15\text{ mm}$ で $43\ \mu\text{m}$)、および

$$\Delta\sigma_{ay} = 36\ \mu\text{m} \quad (7)$$

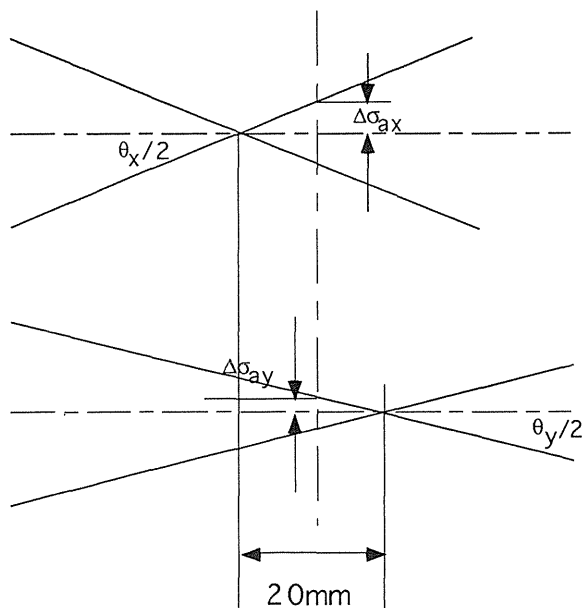


Figure 2. Difference between tangential and sagittal foci.

を得る。この非点収差は放射光の熱により真空ダクト内ミラーが熱変形したために生じたものと思われる。

3.4 量子化誤差

この量子化誤差は、受光面の CCD ピクセル間隔が $61\ \mu\text{m}$ 間隔であることから生じる。標準偏差に換算すると、水平方向・垂直方向とも

$$\Delta\sigma_{\text{CCD}} = 17.6\ \mu\text{m} \quad (8)$$

である。

3.5 格子定数 β による誤差

視界深度が有限であると、この深度の中でベータ値が変化するために測定誤差が生じる。光源では

$$\beta_x = 23.0\ \text{m}, \beta_y = 16.0\ \text{m},$$

$$\frac{d\beta_x}{ds} = 2\sqrt{\beta_x} \frac{d\sqrt{\beta_x}}{ds} = 7.6, \quad \frac{d\beta_y}{ds} = 2\sqrt{\beta_y} \frac{d\sqrt{\beta_y}}{ds} = -2.72,$$

である。これに基づいてベータ値の変化は $\Delta\beta_x = (\text{rms field of depth}) \times d\beta_x/ds = 84.3 D[\text{mm}]$, ($D=15\text{ mm}$ において $1260\ \text{mm}$), $\Delta\beta_y = -30.1 D[\text{mm}]$, ($D=15\text{ mm}$ で $451\ \text{mm}$), すなわち $\Delta\beta_x/\beta_x = 0.00365 D[\text{mm}]$, $\Delta\beta_y/\beta_y = 0.00188 D[\text{mm}]$ となる。 $\sigma = (\epsilon\beta)^{1/2}$ より

$$\Delta\sigma_\beta = \frac{1}{2} (\epsilon\beta)^{1/2} \frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{1}{2} \sigma_t \frac{\Delta\beta}{\beta}$$

あるいは

$$\Delta\sigma_{\beta x}[\mu\text{m}] = 0.00182 D[\text{mm}] \sigma_{tx}[\mu\text{m}] \quad (9)$$

$$\Delta\sigma_{\beta y}[\mu\text{m}] = 0.000940 D[\text{mm}] \sigma_{ty}[\mu\text{m}] \quad (10)$$

を得る。

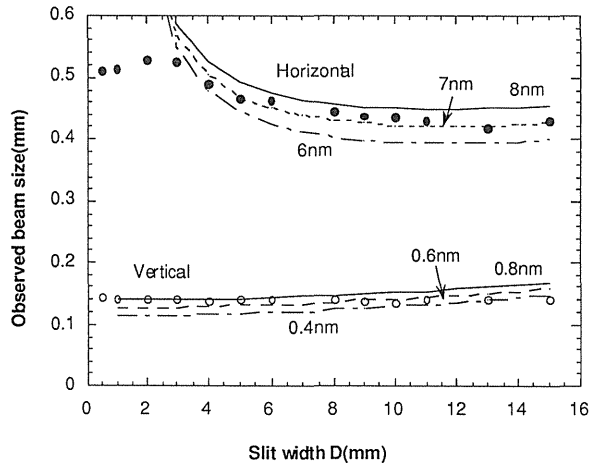


Figure 3. Dendence of measured beam sizes on slit width.

4. 結論

このように得られた式(2)-(10)を式(1)に代入

するとビームサイズの測定値 σ_m がスリット幅 D と真のビームサイズ (あるいは, エミッタンス) の関数として得られる。一方, 図3はビームサイズを D の関数として測定した結果である。図の曲線群はいろいろな値のエミッタンスを仮定したときに式(1)から予想される測定値の D 依存性である。この結果から水平方向のエミッタンスは 7 ± 0.5 nm, 垂直方向のエミッタンスは 0.6 ± 0.2 nm であると結論する。

図3の測定結果では水平方向のビームサイズのスリット幅依存性が $D < 3$ mm の領域で計算からずれ, ほぼ一定となっている。この原因は不明である。なお, この測定に基づいて計算される真のビームサイズの最ゆう値 (most probable value) は $\sigma_{xt} = 401 \mu\text{m}$, $\sigma_{yt} = 97.9 \mu\text{m}$ である。