

解説

# サイクロトロン・メーザー冷却(CMC)と ガンマ線レーザー(GASER) — 時間干渉性凝縮の世界 —

池上 栄胤\*

新技術事業団, ウプサラ大学

## Cyclotron Maser Cooling(CMC) and Gamma ray Laser(GASER) – The World of Time Coherent Condensation –

Hidetsugu IKEGAMI

PRESTO, Japan Research Development Corporation

and

Department of Radiation Sciences, University of Uppsala, Sweden

The CMC theory on the particle beam cooling has been developed based on first principles and provides the clear explanation on the electron cyclotron maser-and CMC-mechanisms from both classical and quantum mechanical view-points. In a beam particle frame cyclotron oscillation particles are well described as the Landau oscillators disregarding their intrinsic spins. Incorporating the relativistic effects and the coherent rf field on the oscillations, remarkable non-linear features are caused, such as the phase bunching, the large induced effective charge and the fine structure level splitting of the oscillators leading to the electron cyclotron maser instability. However, under the CMC conditions on the frequency and the strength of the stimulating rf field, the oscillators reveal the perfectly coherent behaviors and occupy only one common stable energy level and a corresponding bunched phase angle resulting in CMC as the generation of coherent Landau oscillators.

This leads to the new concept, Time Coherent Condensation of Particle Beams or Coherent Particle Beams. Application of this concept to the principle of Free Positronium Radiation (FPR), we find the means of stimulated formation of the coherent positronium beam in which all the positronium atoms do get into the same microscopic state. The beam can only behave in a completely ordered way in which the annihilation of any atom is correlated with the annihilation of all the others and yield the coherent annihilation photons, that is, the so-called Gamma-ray Laser or Gamma-ray Amplification by Stimulated Emission of Radiation (GASER). The present electron and positron beam technology has been practically ready towards GASER, especially, those of energies from a few keV to ten MeV.

\*CMC Project, PRESTO, Japan Research Development Corporation

Honorary Doctor Guest Professor, University of Uppsala

Department of Radiation Sciences, Uppsala University, Box535 S-75121 Uppsala, Sweden

Phone + 46 - 18 - 183828 (Direct), Telefax + 46 - 18 - 183833

Branch Laboratory, Hibarigaoka 2 - 12 - 50 Takarazuka 665 Japan

Phone + 81 - 727 - 57 - 5379 (Direct), Telefax + 81 - 727 - 57 - 3964

## 1. 序——時間干渉性凝縮からガンマ線レーザー(GASER)へ

加速粒子線の凝縮というのは、俄には理解しかねる話であろう。稀薄な粒子線が超流動性を示すHe IIのようなBose凝縮体となったり、Landauが議論したFermi液体になるとは思えないからである。ここで言う凝縮体とは、巨視的量子効果つまりコヒーレントな波動性を具現する粒子集団のことであり、粒子間距離 $d$ が粒子のde Broglie波長、

$$\lambda_{\text{deBroglie}} = h/p = h(3m_0kT)^{-1/2}, \quad (1)$$

以下となる温度 $T$ で出現する。 $h$ 、 $k$ は各々Planck常数、Boltzmann常数で、 $m_0$ と $p$ は粒子質量と熱運動の平均運動量である。便宜上、スピン因子を無視して、

$$d = h(3m_0kT_c)^{-1/2}, \quad (2)$$

として臨界温度 $T_c$ を定義すると、 $T < T_c$ の温度では粒子集団のうち

$$[1 - (T/T_c)^{3/2}] \times 100\% \quad (3)$$

の粒子は凝縮して最低エネルギーの同位相の状態にあり、恰も単一粒子のごとく振舞うことが知られている。

同じような考察を粒子静止系の粒子数密度 $n'_e = 10^{16} \text{ m}^{-3}$ の電子線に適用すると式(2)より

$$(n'_e)^{-1/3} = h(3m_0kT_c)^{-1/2}, \quad (4)$$

すなわち、 $T_c = 6 \times 10^{-4} \text{ K}$ となり、大方の予想通り電子線凝縮は容易ではないし、重粒子線では絶望的とわかる。(primeつきの記号は粒子静止系で定義した物理量とする)

それにもかかわらず粒子線凝縮の世界は実在する。凝縮体同様に同一の固有エネルギーを共有

し、同位相の状態にあって一蓮托生の振舞いをする粒子から構成される、粒子線は存在するのである。一般に熱運動にともなう粒子位置のゆらぎが或時間 $t'_c$ の間、de Broglie波長以下の広がりであれば、粒子間距離がde Broglie波長以下でなくとも粒子集団のコヒーレンス(干渉性)は、その時間内で保持されており広義の凝縮体と考えることが出来る。時間幅 $t'_c$ の粒子線パルス中の平均熱運動速度 $v'$ の粒子では此関係は $v't'_c/2 < \lambda_{\text{deBroglie}} = h/m_0v'$ 、つまり

$$\frac{m_0}{2}(v')^2 \cdot t'_c = \frac{3}{2}kT \cdot t'_c < h, \quad (5)$$

となる。従って式(2)に相当する粒子線パルスの凝縮臨界温度 $T_c$ は

$$\frac{3}{2}kT_c \cdot t'_c = h, \quad (6)$$

で定義され、温度 $T < T_c$ での粒子線中の

$$[1 - (T/T_c)] \times 100\% \quad (7)$$

の粒子は干渉性を保持すると考えられる。

式(2)、(6)両式は共にHeisenbergの不確定性関係であり、式(2)の示す空間干渉性が顕在したHe IIの超流動と、式(6)の時間干渉性の具現としての電子線干渉は全く同等の現象である。Bohr-Einstein論争の「神が骰子を振るか否か」といった議論をするまでもなく、式(6)の条件を満足するコヒーレント電子群は、異なる行路に分散しても、 $t'_c$ 以内の同時間帯に重ね合せがおこれば必ず干渉するはずである。

$t'_c = 100 \text{ ps}$ の電子線パルスの場合、臨界温度は式(6)により $T_c = 0.5 \text{ K}$ で式(4)の凝縮条件に比べ桁違いに緩やかなので、重粒子線凝縮も可能となる。更に式(6)は粒子数密度に無関係だから、干渉具現に充分な粒子数さえあれば高密度の必要はない。従ってBose粒子、Fermi粒子の何れを問

わざ、時間干渉性凝縮体つまりコヒーレント粒子線とすることができます。本稿で紹介する Cyclotron Maser Cooling (CMC) の予備実験結果は、そのようなコヒーレント粒子線が手軽に発生できることを示唆している。

このコヒーレント粒子線の考察を、7年前公表の Free Positronium Radiation (FPR) の原理<sup>1)</sup>に適用して、Positronium (Ps) 合成法を若干修正するだけで FPR をいわゆるガンマ線レーザー Gamma-ray Amplification by Stimulated Emission of Radiation (GASER) とする道が開けてきた。原子軸が同位相で整列した para-Ps (p-Ps) 集団を生成すれば、同位相の反転分布状態の 2 光子消滅ガンマ線放出系として、恰も単一の p-Ps のごとく振舞い、一斉に干渉性の光子消滅することが期待されるからである。

## 2. 自由ポジトロニーム放射光 FPR からサイクロトロン・メーザー冷却 CMC へ

前章で私共は粒子線凝縮の世界を垣間見た。また、その世界では 7 年前公表の FPR<sup>1)</sup> が Ps 発生の処方修正で GASER となりうる可能性も示唆した。本章では此 7 年間の経緯を概観してみたい。

図 1 は FPR 発生装置の模式図である。装置は、電子線と陽電子線の合流部を共有している二つのビーム蓄積リングから構成されており、全エネル

ギーが同じ  $\gamma m_0 c^2$  ( $m_0$ : 静止質量,  $c$ : 光速,  $\gamma$ : 相対論エネルギー因子) の電子と陽電子が合流部で結合して p-Ps または ortho-Positronium (o-Ps) を生成する。基底状態の p-Ps は粒子静止系で寿命  $\tau_{p-Ps} = 1.25 \times 10^{-10}$  s で消滅し、実験室系で  $\pi \gamma^{-2} = \pi (1 - \beta^{-2})$  sr の立体角に集束した 2 つの光子ビームを発生する。消滅しない Ps は合流部終端の振り分けマグネットの磁場に入射の際、Ps ビームの垂直方向に電子と陽電子に解離する誘導電場をうけ、各々の蓄積リングに帰還するから光子消滅以外には、電子と陽電子の消耗は殆ど無いことになる。

真空中の Ps ビーム発生は、低速陽電子を固体に照射する Ps 発生法に比べ、強度が弱いように思われるが、真空中では電子-陽電子対の結合エネルギーを誘導放射でとり除く、強制 Ps 合成 Radiative Capture by a Stimulated Emission の手段がある。粒子線世界の相対論的遅延効果にともなう結合率低下も、此場合は緩和されるという特長もある<sup>1)</sup>。しかし FPR の実現の成否は、如何に電子線と陽電子線の熱エネルギーを低減して、Ps の生成率を向上させ得るか否かにかかっている。これが筆者の粒子線冷却研究の契機となり、新冷却原理 CMC の発見につながるのである<sup>2-5)</sup>。

CMC は図 2 に示すような一様ソレノイド磁場中に粒子線をみちびき、旋回運動を起こさせた上

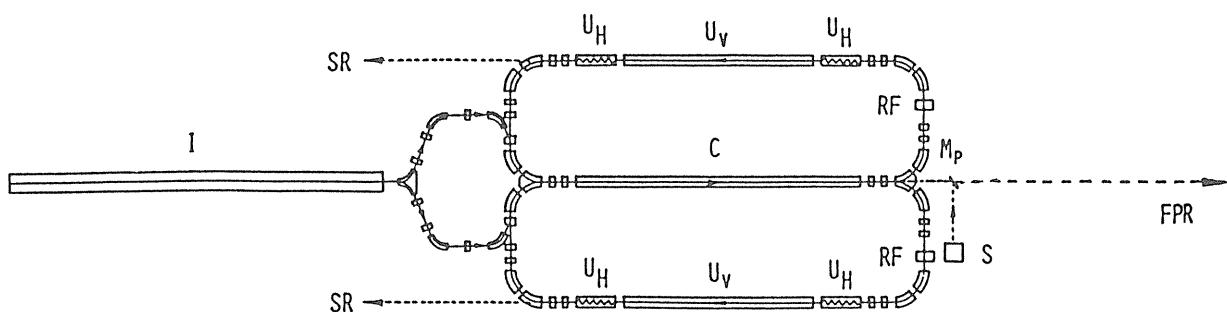


Figure 1 Basic configuration of the free Ps radiation facility. C, confluent beam section; FPR, free Ps annihilation radiation; I, electron and positron injector; M<sub>p</sub>, photon mirror; RF, radio-frequency system; S, shooting photon source for the stimulated Ps formation; SR, synchrotron radiation; U<sub>H</sub>, horizontal undulator; U<sub>V</sub>, vertical undulator. Elements without abbreviation are magnets.

で、これに電場方向が旋回面内に限定された TE モードの共鳴高周波を浴びせて、粒子線の熱エネルギーを誘導放射で除去するものである。電子の場合は、この誘導放射機構が電子サイクロトロン・メーザー（ジャイロトロン）として良く知られているが正に、この誘導放射特有の激しいエネルギー移動のために、CMCはCERNのS. van der Meer等が開発した Stochastic Cooling<sup>4)</sup>にくらべると 1000 万倍以上も冷却が速くなるし、Novosibirsk の G. I. Budker 発見の Electron Cooling<sup>4)</sup>に比べても 100 万倍は速いことが期待される。また全く不可能とされていた電子線の横振れ熱運動 Transverse Thermal Motion も冷やせるという強味がある。このため公表以来、CMCをめぐり欧米の加速器、プラズマ、ジャイロトロンあるいは量子電磁気学 (QED) の研究者の間で議論が沸騰している。

Hahn-Meitner 研究所主催ベルリン会議 (1990 年), ウプサラ大学主催ウプサラ会議 (1992 年)<sup>3)</sup> について, CERN 主催モントルー会議 (1993 年)<sup>4)</sup> では 2 回の CMC 部会で集中討議があった。高分解能粒子光学の草分けとされた<sup>6)</sup> 筆者の全般的印象だが、加速器を含む粒子光学が大きく発展して、組織的基盤も固まるにつれて、手軽な近似則や既成コード流用の数値計算による議論が横行し、原点に立戻って思索する人が少なくなる。分野を問わぬ一般的傾向だろう。

CERN 主催の会議は組織委員長の意図に反して、こうした専門家達により CMCに対する前向きの意見は封じられた。この人達は断熱空間では、粒子線位相空間の体積  $x p_x \cdot y p_y \cdot z p_z$  が不变であるという Liouville の定理を教条のごとく奉戴して、非断熱現象の典型である CMC に対して不毛の議論に終止したのである<sup>4)</sup>。Liouville の定理が断熱近似と承知しながら、現実に非断熱現象に直面すると、教条抜きの自由な考察ができない為、事の虚実が曖昧となり遂には、CMC が断熱現象と錯覚するようになるらしい。

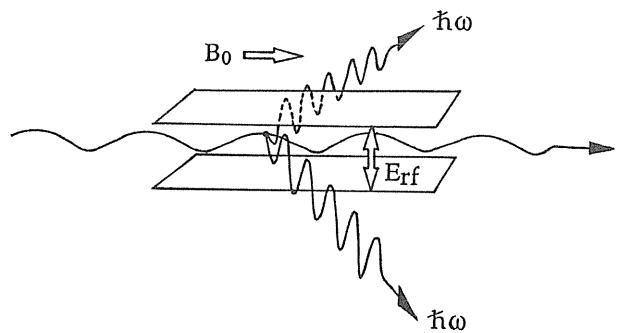


Figure.2 Schematic arrangement of CMC.  $B_0$ , solenoid magnetic field;  $E_{rf}$ , rf field of TE-mode;  $\hbar\omega$ , stimulated emission photon. The central helical line indicates a gyrating particle beam.

CMC 検証の Simulation 計算の報告もあるが<sup>4)</sup>、どれも単粒子軌道追跡の既成計算コード使用の結果に過ぎず、肝腎の多粒子相関が正しく考慮されていないから、CMC に不可欠なコヒーレントなダイナミックスの出てくる余地がない。計算機を使用するまでもなく、結果の無意味なことは明らかである。

理解され難い新原理の説明には、時間や紙数が制限される国際会議や国際誌掲載の論文よりも、第一原理から出発した自己矛盾のない完全理論を構築して、単行本的論文とする方が良いようだ。孫引きではなく真に研鑽を積んだ、洞察力のある読者に期待するのである。昨年、このような CMC 理論が完成し、その結果 CMC はコヒーレント粒子線発生という巨視的量子効果であることが判明した<sup>5)</sup>。CMC 状態の粒子集団は单一の旋回エネルギーと旋回位相を共有し、式 (6) の時間干渉性凝縮するのである。

### 3. 巨視的量子効果としての CMC

衆知のように長波長の放射は古典的記述で充分であるとされている。事実、典型例として、自由空間中の旋回荷電粒子のサイクロトロン放射率あるいは振動電気双極子のエネルギー放射率を、些か煩雑な Schrödinger 方程式を解いて求めた結果は、簡単な古典的手法で得られたものと一致する。

従来のサイクロトロンメーザーの理論が、古典的実用理論にほとんど限られているのは、そのためであろう。

しかし、放射機構の本質にかかわる問題については、量子力学あるいはQEDに基盤を置いて初めて深い洞察が可能であると筆者は考えている。因みに先のサイクロトロン放射のエネルギー放出率を $\hbar\nu$ で除して、光子放出率の表式として眺める人は、式中に誘導放射機構 Induced or Stimulated Emission 特有の Einstein の A/B 係数比が潜んでいることに気付くだろう。これはサイクロトロン放射つまり、自発電気双極子放射 Spontaneous Electric Dipole Radiation が、実は零点エネルギーの真空中のゆらぎで惹起された誘導放射である事を意味している。この例から理解されるように、長波長放射理論に QED は不可欠とはしないが、導出した結果の吟味には量子力学または QED の援用が非常に有効である。

CMC は単色のコヒーレント光源としての rf 電場が、惹きおこす旋回荷電粒子系の誘導放射（吸収）機構に基づいている。そこで CMC 理論は、誘導放射（吸収）過程を古典的な強制減衰振動として定式化し、交換関係の古典的表現である Heisenberg の不確定性関係を導入する。此様な簡単な半古典的理論が、次の二つの重大な事実を、疑いをはさむ余地のない形で明らかにするのである。即ち、

- 1) CMC は非 Liouville 現象の典型である。
- 2) CMC 条件を満たす粒子系が、唯一の安定エネルギー状態にむかって冷却してゆく機構は、相対論効果による旋回運動の非線型性と rf 場で惹きおこされた粒子系のコヒーレントなダイナミックスによる。

通常、粒子線は低密度で稀薄気体と見做せるから、粒子静止系での粒子間平均距離が de Broglie 波長より短くなるような事はない。従って旋回荷電粒子集団の振舞いは、そのスピンに無関係に、旋回面静止系で Landau 振動子系として記述した上で、実験室系に Lorentz 変換するのが最も基本的

である。更に本稿では省くが、変換後の放射（吸収）光子と粒子の間の運動量保存の関係から、粒子線方向の冷却も可能なことが示される<sup>2)</sup>。此様な取扱いはジャイロトロン工学では前例が無いが、見通しの良い考察が容易となる。

Landau 振動子には核抜きの水素原子と見なせる振舞いがあり、旋回に相対論的効果があらわれると、非相対論的旋回状態が複数の状態に分離あるいは分散するようになる。これは Sommerfeld が指摘し Dirac 方程式でも解明された、水素原子スペクトルの相対論的微細構造に対応している。ジャイロトロンの中でメーザーを発生している電子集団には、冷却した旋回状態つまり单一の安定エネルギー状態は存在し得ないことが、このような考察から簡単に推測されるのである。

相対論的 Landau 振動子はレベル間隔が一様でなく、 $\hbar\omega'_c/\gamma_\perp$  の旋回エネルギー依存性を持ち、非線型の励起特性をしめす。ここで  $\omega'_c \equiv q_0 B_0 / m_0$  は磁束密度  $B_0$  のソレノイド磁場中の電荷  $q_0$ 、静止質量  $m_0$  の荷電粒子のサイクロトロン周波数であり、 $\gamma_\perp = (1 - \beta_\perp^2)^{-1/2}$  は旋回運動の相対論エネルギー因子である。

さらに誘導放射電場中では、振動子が自由空間中の自然幅とは異なったレベル幅を持つようになる。一般に放射（吸収）光子のエネルギーには、振動子のレベル幅  $h/\tau'$  ( $\tau'$  は旋回減衰時間) と同じ幅がある。一方、この光子エネルギーには誘導放射電場中の振動子の放射（吸収）時間の不確定性から来る幅  $h/\tau'_0$  ( $\tau'_0$  は誘導放射電場中の滞留時間) が許される。そこで両者は誘導電場中では等しく、振動子の幅は電場中の滞留時間  $\tau'_0$  で決まり、自由空間中のものより遥かに大きな値となる。

次に、「コヒーレンス因子」

$$a \equiv (2\omega'_c \tau'_0 / \gamma_\perp) (1 - \gamma_\perp^{-1}) \quad (8)$$

が「コヒーレンス条件」:  $a \gg 1$  を満たす場合、振動子間に強い相関が生じて巨大な見かけの電荷が

誘導され  $a^2$  個の振動子が同位相で、一斉に放射あるいは吸収をするようになる。これがジャイロトロン発振における位相バンチング機構である。この機構はジャイロトロン研究者の間では、次のような定性的描像で説明されている。すなわち、旋回エネルギーの大きい電子は、大きなエネルギー因子  $\gamma_{\perp}$  のため、旋回周波数  $\omega_c / \gamma_{\perp}$  が小さく位相が遅れて行くのに対して、旋回エネルギーの小さい粒子は、旋回周波数が大きく位相がすすむので、集団全体の旋回位相がそろうようになり、一体となって旋回するというのである。

しかし此位相バンチングは必ずしも単一位相に収斂するものではなく、先の相対論的 Landau 振動子の状態分離に対応して、一般に放射モードおよび吸収モード各々の状態と位相が考えられる。このような旋回位相バンチング機構には、Liouville の定理の枠を超えた旋回エネルギーと位相の大きな変動が附隨しているらしい事も予想される。

次章で定量的に説明するが、CMC 条件を満たす粒子集団にのみ一義的に決まる冷却状態が許されるのに反して、他の集団では許されない。そして驚くべきことには、旋回粒子集団は rf 電場の入口で、コヒーレンス条件  $a \gg 1$  に適合するか否かで決まる位相バンチングの可否、あるいは冷却の可否を予知しているかのごとく振舞うのである。因果関係が逆転するような此事実は、先程説明した Landau 振動子集団と誘導 rf 電場の系に存在するコヒーレントな波動性に由来している。

CMC の誘導放射機構に関しては、以上のような量子力学的描像が古典的なものより自然で、定量性の点でもすぐれている。正に、この波動性が、非線型励起特性をもつ相対論的振動子間に、旋回相関ひいては時間干渉性を誘発して rf 電場中の振動子系に巨視的量子効果を生ずるのである。その意味で CMC は Cavity QED の格好の研究課題を提供しているように思われる。

#### 4. CMC 理論

CMC 理論は、ソレノイド磁場  $B_0$  と TE モードの rf 電場、 $E'_{rf} = E'_0 \cos(\omega'_{rf} t')$  による力に加えて、旋回速度  $v'_{\perp}$  に比例する摩擦力  $-(m_0 / \tau'_0) v'_{\perp}$  を導入する。先ず、強制減衰振動の運動方程式を非相対論的に解く簡単な作業で、次の事実が判明する。

i) 振動子状態は 2 成分からなる。つまりエネルギーと位相が初期条件で決まる transient 成分と、初期条件と無関係に rf 場で決定されるエネルギーと位相をもつ強制振動成分である。

ii) transient 成分は電場とのエネルギー交換が電場  $E'_{rf}$  に比例する virtual photon の交換によるため、時間平均あるいは位相平均で 0 となり、実質上エネルギー交換はせず、摩擦力で決まる時間  $\tau'_0$  で減衰する。他方、強制振動成分の全エネルギーは  $(E'_{rf})^2$  に比例する real photon 交換による rf 場の仕事でまかなわれる。

iii) transient 成分の運動エネルギー減衰量と rf 場が供給するエネルギーの総和は摩擦力による損失と等しく、rf 場へのエネルギー還元はない。

ここでのエネルギー損失とは具体的には rf 空洞表面のオーム損失や放射エネルギー損失を指すが、その割り振りの検討は一般性を欠くので、此処で議論する必要はない。肝要なのは iii) の結果で、当然この系は非 Liouville 系であり、外界とエネルギーおよびエントロピーの交換ができるという事実である。

原理的には、充分長い時間の経過後、transient 成分は消失して強制振動成分のみ残るので、振動子集団は rf 場と同位相で場の強度  $E'_0$  で決まる振幅の単色の振動をするはずである。しかし、ii) の結果から明らかのように、初期条件で決まる transient 成分を積極的に単色化して冷却することにはならない。

次に、先の運動方程式を相対論効果を考慮に入れて解きなおすと、旋回周波数  $\omega'_c / \gamma_{\perp}$  の  $\gamma_{\perp}$  によるエネルギー依存性で、前述の ii) の一部が抜本的修正を受けることになる。

iv) rf電場が相対論的振動子に対する仕事率 $P'_{rf}$ を、粒子静止系で( $\gamma_{\perp}-1$ )の1次項まで求めると

$$P'_{rf} = \frac{(q_0 E'_0)^2 \tau'_0}{2 \gamma_{\perp} m_0} F(2\Omega' \tau'_0),$$

$$F(2\Omega' \tau'_0) = \frac{1}{1 + (2\Omega' \tau'_0)^2} + \frac{4a\Omega' \tau'_0}{[1 + (2\Omega' \tau'_0)^2]^2},$$

$$\Omega' \equiv (\omega'_c / \gamma_{\perp}) - \omega'_{rf} \quad (9)$$

となる。ここで $\Omega'$ は旋回運動とrf場の間の非整合周波数であり、 $F(2\Omega' \tau'_0)$ は振動子のエネルギー増大率を規格化した応答函数で、Gain Functionと呼ぶ時もある。 $F(2\Omega' \tau'_0)$ の第1項はLorentz型共鳴曲線（核物理学ではBreit-Wigner共鳴曲線と呼ぶ）の調和振動子の吸収特性を示し、運動方程式の非相対論的解に相当する。第2項はLorentz型曲線の微分形をした非調和振動子項で、歴史的には相対論効果が極く弱い場合においてSchneiderが初めて、この項を発見してサイクロトロンメーターの可能性を指摘した<sup>7)</sup>。この第2項のために式

(8) のコヒーレンス因子 $a$ が大きい場合は、図3のように振動子の応答函数に $\Omega' > 0$ の大きなエネルギー吸収モードとともに、 $\Omega' < 0$ でエネルギー放射モードが現れる。

v) transient成分とは異なり、強制振動成分の位相は $\Omega'$ と $a$ だけで決まり、振動子の初期条件とは完全に無関係である。この強制振動成分の運動エネルギーには、式(9)のrf場の仕事に対応する項 $F(2\Omega' \tau'_0)$ に加えて、電荷が $aq_0$ の誘導調和振動子項 $a^2 [1 + (2\Omega' \tau'_0)^2]^{-2}$ があらわれる。しかしながら、この項の運動を支えるエネルギー源は外界には見当らない。結局、transient振動成分の運動エネルギーが、強制振動エネルギーに繰りこまれて、誘導調和振動子項をつくり出していると理解せざるを得ない。

vi) 前項のエネルギー繰りこみは、振動子集団の旋回位相が、 $\Omega'$ と $a$ だけで決まる強制振動の位相に収斂した結果、 $a^2$ 個の粒子集団が一体となって旋回している事を意味している。この位相バンチングに要する時間 $t'_B$ は、旋回角の式で時間に比例する第1項よりも、第2項以上の非線型項が大きくなるという条件で求められる。その結果バンチ時間 $t'_B$ は $(\tau'_0)^{-3}$ に比例して短くなり、その大きさは通常 $\tau'_0$ より一桁ほど小さい事がわかる。注目すべき点は相対論的Landau振動子では、 $\tau'_0$ が本来の減衰時間の意味よりも、粒子集団が旋回相關を維持し得る時間という意味合いを持って来ることである。そのため筆者は $\tau'_0$ を相関時間あるいはPhase Debunching Timeと呼んでいる<sup>2,5)</sup>。

相関時間 $\tau'_0$ の即物的理解には、図4 A), B)の場合の比較が有効だろう。A)はrf空洞が長く従って粒子の空洞中の滞留時間 $\tau'_0$ も長く、コヒーレンス条件 $a \gg 1$ が満たされている( $a \gtrsim 20$ )。粒子が空洞長の1/10の位置に達した時、 $t'_B \approx 0.1\tau'_0$ の時間が経過し位相がバンチしてくる。一方、B)は空洞長がA)に比べ1/10であるほかは全て同じ設定であるが、滞留時間が $0.1\tau'_0$ となり $(\tau'_0)^{-3}$ に比例するバンチ時間 $t'_B$ がA)に比べ1000倍長くなる。

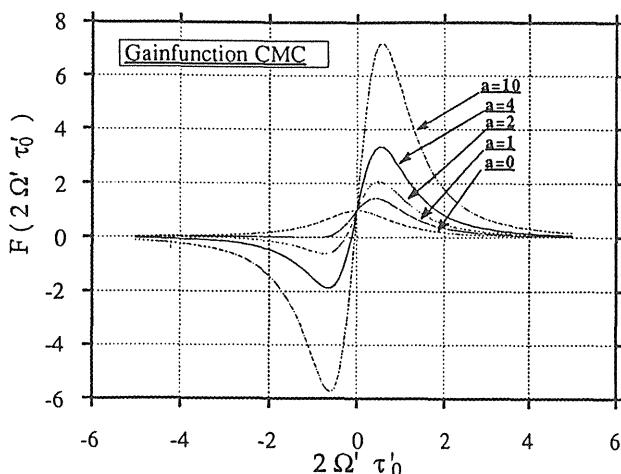


Figure 3 The response function  $F(2\Omega' \tau'_0)$  gives the normalized energy gain of a gyrating charged particle. As seen in the response function  $F(2\Omega' \tau'_0)$  for  $a \gg 1$ , the particles with the high energy, i.e.  $\Omega' < 0$  or  $\gamma_{\perp} > \omega'_c / \omega'_{rf}$ , emit coherently radiation while the particles with the low energy, i.e.  $\Omega' > 0$  or  $\gamma_{\perp} < \omega'_c / \omega'_{rf}$  absorb coherently radiation through the stimulation of the rf field.

その為 A) のバンチ時間  $t'_B \approx 0.1\tau'_0$  相当の時間が経過してもバンチする事はなく粒子は空洞から離脱する。即ち、粒子は A), B) 各々の空洞入口で恰もコヒーレンス因子  $a$  の大きさを予知するかの如く、位相バンチングの可否を選択している。これは古典的描像では、粒子が A) の空洞入口に到達した時、空洞中の既に位相バンチしている旋回粒子集団を感じし、バンチした旋回に繰りこまれるのだと解釈される。しかし、説明の自然さと定量性で先の不確定性関係による議論の方に軍配をあげたい。

vii) 前項 v), vi) の位相バンチング機構で、 transient 成分のエネルギーは強制振動エネルギーに繰りこまれるから、最終的には振動子の全エネルギー  $\gamma_\perp m_0 c^2$  は前項 v) の運動エネルギーの考察から、次式を満たさねばならない。

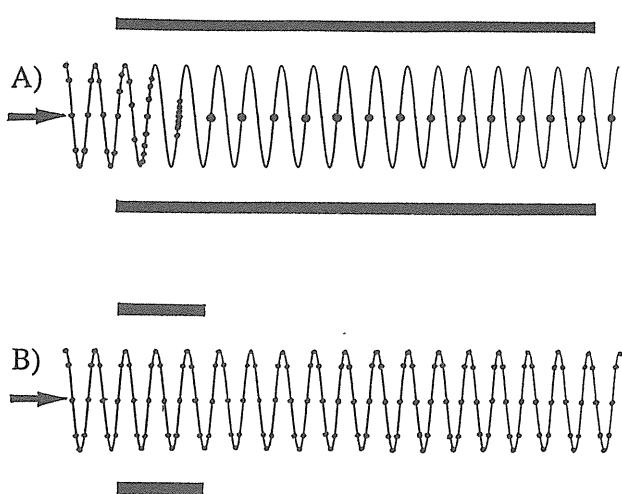


Figure 4 Phase bunching. A) Coherent case,  $a \equiv (2\omega_c \tau'_0 / \gamma_\perp) (1 - \gamma^{-1}) \gg 1$ . When the particles reach the entrance of the rf cavity, they are immediately incorporated into the phase bunched particle ensemble within the bunching time  $t'_B \sim 0.1\tau'_0$ ,  $\tau'_0$  being the particle travelling time in the cavity. B) Incoherent case,  $a \sim 1$ . Due to the dependence of  $t'_B \propto \tau_0^{-3}$ , the bunching time is longer as much as  $10^2 \sim 10^3$  compared to the case A) and the particles pass through the cavity without any phase bunching. In comparison between A) and B), the particles seem to forecast their future on the phase bunching at the entrance. This is the manifestation of the uncertainty relation in the particles and the coherent rf field system.

$$\gamma_\perp = 1 + \frac{1}{2\gamma_\perp} \left( \frac{q'_0 E'_0 \tau'_0}{m_0 c} \right)^2 \\ \times \left\{ F(2\Omega' \tau'_0) + \frac{a^2}{[1 + (2\Omega' \tau'_0)^2]^2} \right\}, \quad (10)$$

式(10)を満たす  $\gamma_\perp$  の値としては  $F(2\Omega' \tau'_0) < 0$  の放射モードおよび  $F(2\Omega' \tau'_0) > 0$  の吸収モードに対応するものが得られる。すなわち、核抜き水素原子としての Laudau 振動子が非相対論的な場合 ( $a = 0$ ) は、唯一の安定 (強制) 振動エネルギー準位を持つのに対して、相対論的効果が加わると、複数の準安定振動エネルギー準位に分離するのである。ここで準安定としたのは、rf 場の仕事  $F(2\Omega' \tau'_0)$  が 0 でないからである。従ってジャイロトロンのように自立発振つまり、粒子自身の放射で生じた rf 場によって粒子集団が誘導放射をする場合は、複数の旋回エネルギー状態が、分散した形で共存することになる。

以上が CMC 理論に照らして見直したジャイロトロン発振機構の概略であるが、位相バンチングに必要な最低限の電子流は v) または vi) の考察で求めることができて、CMC 予備実験結果と合致する (次章参照)。また式 (9) を用いて自立発振のための電子流閾値も得られる。35年前、初めてのジャイロトロン発振が R. H. Pantell<sup>8)</sup> によって観測された時の周波数領域 2~4GHz と電子エネルギー < 10keV が、CMC 予備実験の条件に近いことから、CMC 実験の rf 空洞特性を代用して、自立発振電子流閾値を計算すると  $\lesssim 4\mu\text{A}$  となる。Pantell の報告では  $3\mu\text{A}$  で良い一致を示す。

CMC とサイクロトロンメーザーの相違点は旋回粒子集団の誘導放射 (吸収) 条件の違いに尽きる。メーザー (ジャイロトロン) では、放射体である電子のダイナミックスが、専ら効率よく品質の良いマイクロ波を取りだす目的で検討されてきた。これに対し CMC では粒子のダイナミックスを中心据え、rf 場は粒子集団からのエントロピー抜き出しの役をはたす。その為には rf 場は低温に保た

れ、粒子集団からの放射で加熱されるような事態は避けねばならない。従って粒子集団は全体として吸収モードあるいは放射-吸収平衡の状態にあるのが望ましい。

安定振動エネルギー準位では、式(9)より、 $F(2\Omega'\tau'_0)=0$ 。更にCMCは、コヒーレンス因子 $a$ が大きい場合に限られるから、式(9)  $F(2\Omega'\tau'_0)$  の第1項(調和項)は第2項(非調和項)に比べて無視出来て、 $F(2\Omega'\tau'_0)=0$ の条件は

$$\Omega' \equiv (\omega'_c/\gamma_{\perp 0}) - \omega'_{rf} = 0, \quad (11)$$

で置換えられる。式(11)は粒子集団の唯一の安定旋回エネルギー $\gamma_{\perp} = \gamma_{\perp 0}$ を規定している。しかし、式(11)をみたす粒子エネルギー $\gamma_{\perp 0}$ が唯一の安定解であるためには、粒子集団からエントロピーを抜き出す低温(単色)rf場の強度に整合条件が加わることになる。すなわち式(10)および(11)が両立するためには

$$E'_0 = \frac{\gamma_{\perp 0} m_0 c}{q_0 \tau'_0} \left( \frac{\gamma_{\perp 0}}{a \omega'_c \tau'_0} \right)^{1/2} \quad (12)$$

が満たされねばならない。式(11)、(12)がCMC条件であって、この条件下で初めて全粒子集団は唯一の安定エネルギー $\gamma_{\perp 0}$ の状態がゆるされ、この状態にむかい冷却して行くようになる。

冷却の速さは、式(9)の $P'_{rf}$ を $m_0 c^2 \cdot (d\gamma_{\perp}/dt')$ に置き換えた後に、同式を $\Omega' = 0$ の近傍で $\Delta\gamma = \gamma_{\perp} - \gamma_{\perp 0}$ で展開して $\Delta\gamma_{\perp}$ の減衰を調べることにより求まる。 $\Delta\gamma_{\perp}$ は

$$\Delta\gamma_{\perp} = \Delta\gamma_{\perp 0} \exp(-t'/\tau'_{\perp}) \quad (13)$$

の形で収斂し、冷却時間 $\tau'_{\perp}$ は

$$\tau'_{\perp} = \frac{m_0 c^2 B_0}{q_0 (E'_0)^2 (2\omega'_c \tau'_0 / \gamma_{\perp 0})^3} \cdot \frac{\gamma_{\perp 0}^2}{\gamma_{\perp 0} - 1} \quad (14)$$

であたえられる。式(14)はソレノイド軸方向の

Lorentz変換に対して不变なので、CMCは粒子の種類のみならず、粒子エネルギーの制限も無いことになる。さらに注目したいのは、式(11)、(12)のCMC条件下では、位相バンチ時間 $t'_{\text{B}}$ が、式(14)の冷却時間 $\tau'_{\perp}$ と全く同じとなる事実である。すなわちCMC条件下では、エネルギー冷却は位相バンチングと表裏一体の関係で進行することを明確に証明している。

バンチした位相 $\phi$ はCMC条件下では非常に簡単な形になり

$$\tan \phi = -1/a, \quad (15)$$

その広がり幅は

$$\Delta\phi = \frac{2\omega'_c \tau'_0}{1+a^2} \cdot \frac{2-\gamma_{\perp 0}}{\gamma_{\perp 0}^3} \cdot \Delta\gamma_{\perp}, \quad (16)$$

で与えられる。これらの結果はエネルギー冷却と位相バンチングの相反性を主張するLiouvilleの定理と正反対であり、CMC条件下の終状態の振動子系は式(11)のエネルギー $\gamma_{\perp 0}$ と式(15)の位相を共有するコヒーレントなLandau振動子系であることを示している。

Landau振動子系の温度 $T_{\perp}$ を求めてみると

$$\begin{aligned} kT_{\perp} &= \frac{(\Delta p'_{\perp})^2}{2m_0} = \frac{1}{2m_0} \left[ \frac{\Delta(\beta_{\perp} \gamma_{\perp}) m_0 c}{\gamma_{\perp}} \right]^2 \Big|_{\gamma_{\perp}=\gamma_{\perp 0}} \\ &= \frac{m_0 c^2}{2\beta_{\perp 0}^2} \cdot \left( \frac{\Delta\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp 0}} \right)^2 \end{aligned} \quad (17)$$

であり、位相幅 $\Delta\phi$ に起因する時間のゆらぎ $\Delta t'$ は、

$$\Delta t' = \frac{\Delta\phi}{\gamma_{\perp 0}(\omega'_c/\gamma_{\perp 0})} = \frac{2\tau'_0}{1+a^2} \cdot \frac{2-\gamma_{\perp 0}}{\gamma_{\perp 0}^2} \cdot \left( \frac{\Delta\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp 0}} \right). \quad (18)$$

したがって、 $a \gg 1$ で次式が満たされる場合、

$$kT_{\perp} \cdot \Delta t' = \frac{m_0 c^2 \tau'_0}{a^2} \cdot \frac{2-\gamma_{\perp 0}}{(\beta_{\perp 0} \gamma_{\perp 0})^2} \left( \frac{\Delta\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp 0}} \right)^3 < h,$$

$$a \equiv (2\omega'_c \tau'_0 / \gamma_{\perp 0}^2) (\gamma_{\perp 0} - 1). \quad (19)$$

CMC旋回粒子集団は、第1章で説明した時間干渉性凝縮体となっていると考えられる。

## 5. CMC予備実験結果と展望

紙面の都合上、極く簡単に予備実験結果を紹介する<sup>9)</sup>。図5は約1μAの電子線を $B_0 = 0.077\text{T}$ のソレノイド磁場中に投射し、旋回エネルギーのみ8, 10, 12keVと変えた各々の場合について、TE<sub>012</sub>モードで2.1GHz, 約100mWのrf電場のon, off

に対応する電子のLarmor円を蛍光板上で比較したものである。

rf onで現れる幅の広い円は、スリット使用の軌道追跡でLarmor円の偏心運動によるものではない事が確認された。いずれも平均半径が各々のrf offの半径と一致する所から、rf加熱から来るエネルギー幅であると結論される。

外側の細い円はrf offの半径とは無関係に一定の半径で、その大きさはCMC条件式(11)を満たすエネルギー23keVに対応している。旋回中心を空洞中心軸から偏心させると、この細い円だけが、電場強度最大の空洞中心軸に向って寄って行く傾向を示し、旋回位相がrf場と整合してバンチしている事を示唆している。更に、細い円の部分の電子流が10nA未満では、細い円は消失し、位相バンチに必要な最小限の空洞中の電子数が $a^2 \approx 1000$ である事とも符号している。此等の事実から23keVのエネルギーの円は、冷却したCMC電子集団であると考えられる。

図5の冷却電子集団と加熱集団が同時観測されたのは、この時の電子線のソレノイド軸方向のドリフト速度が連続スペクトルの為である。そのため空洞中の滞留時間が充分長くてコヒーレンス条件 $a \gg 1$ を満たす集団のみ、CMC効果をあらわしたものと理解される。

23keVの旋回エネルギー幅を蛍光像の空間分解能を考慮して30~50eVと推定して、式(17), (18)より温度と $\Delta\phi$ による時間幅を求める、式(19)の条件が満たされており、コヒーレント電子線となっている可能性を示唆している。

コヒーレント電子線の導入で、超高分解能電子顕微鏡の電子線高品質化の問題は解決できそうだし、新しい放射光源誕生の可能性もある。例えば、時間幅 $\Delta t$ のCMC電子線を一層の厚さ $\beta c \Delta t$ の多層薄膜に投射すれば、バンチ電子数と薄膜層数との積の増大度で、波長 $\lambda = c \Delta t$ のコヒーレント遷移放射光が発生する。医療用X線装置程度の機器で放射光が手軽に得られるようになるのも夢

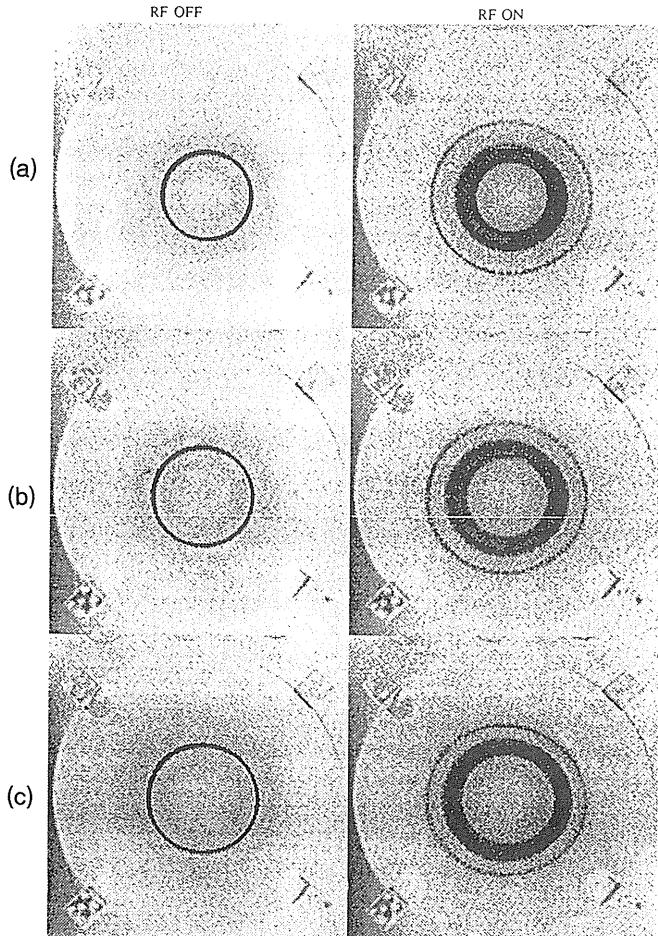


Figure 5 Comparison of the Larmor radii arising from heating and absorptive cooling of electrons. The patterns depicted on the ZnS screen for rf on and rf off at  $\omega_c / 2\pi = 2.16\text{ GHz}$  and  $\omega_{rf} / 2\pi = 2.09\text{ GHz}$  for the initial transverse kinetic energies: (a) 8keV, (b) 10keV, (c)12keV. The sharp outer circles correspond to the electron energy of 23 keV, which satisfies the CMC condition,  $\Omega \equiv (\omega_c / \gamma_{\perp 0}) - \omega_{rf} = 0$ .

ではなさそうだ<sup>10)</sup>。

## 6. コヒーレント Ps ビーム発生

Ps ビームは反転分布状態の消滅光子放出系である。そして GASER と FPR は Ps ビームを誘導放射合成するという基本原理を同じくし、相違点は誘導放射合成用レーザーの波長調整の違いだけと言えなくもない。しかし、両者の各々の背景の物理には、ネオン灯とレーザーほどの違いがある。社会への貢献度の開きに至っては、更めて言うまでもなかろう。幸い、FPR は第2回放射光学会年会(1989年)の特別講演で紹介したこともあるので、読者の中には図1およびFPRの原理のあらましを、御記憶の方もあろうかと思われる。そこで GASER と FPR の本質的相違点を、簡単な解析的手法で逐一説明したいと思う<sup>11)</sup>。

第2章のFPRと異なり GASER にはレーザー特有の鋭い指向性があるから、FPR のように集束性のために Ps 合成用電子と陽電子のエネルギーを上げる必要はなくなる。GASER エネルギーが数 MeV どまりならば、直流型電子線発生装置および小型陽電子蓄積リングの編成で充分で、やや大きな通常の実験室におさまる規模になる。超大型放射光施設より二桁近く少ない予算規模で、より短波長領域のコヒーレント単色ガンマ線が GASER の形で実現する道が開けそうである。

図6は130~2000keVのエネルギー領域の GASER 発生装置の一例で<sup>11)</sup>、陽子線等のハドロンビームの電子冷却に使用されている普通の低温電子線発生器に、小型陽電子蓄積リングを組み合わせたものである。図中 G, C は各々電子線発生および減速捕集系で、加速エネルギー  $(\gamma - 1)m_0 c^2 \approx 400\text{keV}$ 、加速電子電流~3A、ビーム断面積~10mm<sup>2</sup>、加速電源負荷 1mA 以下で、電子線のビーム方向と垂直面内それぞれの平均熱エネルギーが

$$\frac{1}{2} m_0 \Delta_{\parallel}^2 = \frac{m_0 c^2}{2\beta^2} \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \sim 5 \times 10^{-5}\text{eV},$$

$$m_0 \Delta_{\perp}^2 \sim 0.1\text{eV},$$

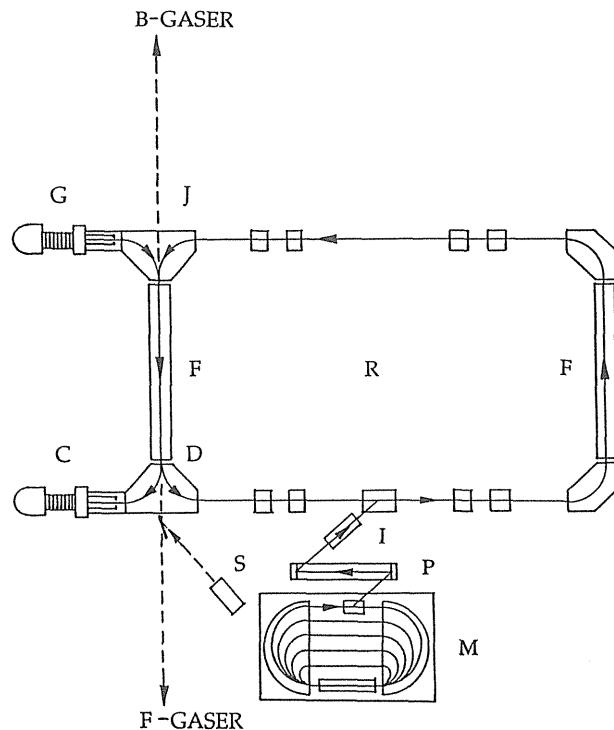


Figure 6 Basic configuration of the GASER facility. C, decelerating collector system; D, divider magnet; F, focusing solenoid; G, electron gun system; I, injector; J, joint magnet; M, microtron; P, low speed positron converter; R, positron ring; S, shooting photon source for the stimulated Ps formation. Elements without abbreviation are magnets.

の日欧米の実績が報告されている<sup>4)</sup>。ここに  $\Delta_{\parallel}$  および  $\Delta_{\perp}$  は各々ビーム方向、垂直面内の熱運動平均速度である。

小型マイクロトロン M と熱陽電子コンバータ P は低速陽電子源であるが、短寿命  $\beta^+$  線 RI 製造用小型サイクロトロンに置き換えて良い。陽電子線は電子線とほぼ等速になるように入射系 I によって加速されてから、小型陽電子蓄積リング R に打ちこまれる。リング R 中の陽電子は合流マグネット J を通じて、等速電子線と合流して冷却されるが、未冷却のうちは電子と結合することは殆どない。一般に電子冷却による粒子線の冷却時間は粒子質量に比例して長くなる。観測報告では陽子線の冷却時間は数秒程度であるから<sup>4)</sup>、質量が 1/1840 の陽電子線はリングに入射後、ミリ秒程度の短い時間で冷却して行くものと推定される。

冷却陽電子の一部は合流部で電子と結合して1:3の比率でp-Psとo-Psを生成するが、此等の大部分は $10^{-7}$ s以上の長寿命の励起状態のPs又はo-Psであるから、合流部通過中に光子消滅することはない。そのまま振り分けマグネットDに向かい、そこでの磁場のパルス的立上りに伴う誘導電場で電子と陽電子に解離する。陽電子はもとのリングに還るから基底状態のp-Psの2光子消滅以外には陽電子の損失は、原理的には無いものと考えて良かろう。

合流部の電子と陽電子集団は、稀薄気体と見做して Maxwell-Boltzmann 分布が適用される。しかし、その分布は空間的に一様ではなく、式(20)の観測結果を反映して次式で示すビーム方向に偏平な分布となっている<sup>11)</sup>。

$$\begin{aligned} f(v') &= \pi^{-3/2} \Delta_{\perp}^{-2} \Delta_{\parallel}^{-1} \exp[-(v'_{\perp}/\Delta_{\perp})^2 - (v'_{\parallel}/\Delta_{\parallel})^2], \\ (v')^2 &\equiv (v'_{\perp})^2 + (v'_{\parallel})^2, \quad \Delta_{\perp} \gg \Delta_{\parallel}, \\ \int_0^{\infty} f(v') d^3 v' &= 1. \end{aligned} \quad (21)$$

基底状態のPsを電子が生成する断面積 $\sigma(v')$ には、陽子による電子捕獲で水素原子が生成される場合の Bethe-Salpeter の式が使用できる<sup>11)</sup>。この式の有効電子質量を補正して、

$$\sigma(v') = K_1 / [1 + (\nu'/\alpha c)^2] (\nu')^2, \quad (22)$$

$$K_1 \equiv 7.84 \pi^2 \alpha^3 (\hbar/m_0)^2. \quad (23)$$

ただし $\alpha = 1/137$ は微細構造常数である。

電子と陽電子集団のうち極く温度の低いものが自発捕獲 Spontaneous Capture でおこす p-Ps 生成率は、2体問題における相対論的遅延効果の $\gamma^{-2}$ 因子を考慮に入れて、

$$R^{\text{spon}}(\text{p-Ps})$$

$$= \frac{K_1}{4} \cdot \gamma^{-2} n_e n_+ L S \int_0^{\Delta\nu'} f(v') \cdot v' \sigma(v') d^3 v'$$

$$\approx \frac{K_1}{4\pi^{3/2}} \cdot \gamma^{-2} n_e n_+ L S \cdot \frac{(\Delta\nu')^2}{\Delta_{\perp}^2 \Delta_{\parallel}^2} \quad (24)$$

となる。ここで $n_e, n_+$ は各々電子数密度、陽電子数密度であり、 $L, S$ は各々合流陰陽電子線の有効長および断面積である。式(24)の積分区間の上限がFPR<sup>11)</sup>では $\infty$ であるのに対し微小速度幅 $\Delta\nu'$ としてあるのは、凝縮温度のp-Psのみ生成する為である。これは生成率を著しく低下させるように見えるが、実はそうではないばかりか逆に GASER の発生効率を高めることになるのである。

コヒーレントな基底状態のp-Psビームの発生には、コヒーレントな光子線を照射して、結合エネルギーを誘導放出させ、捕獲反応を促進させれば良い。この時、粒子静止系での光子振動数 $\nu'_s$ は結合エネルギー $(\alpha/2)^2 m_0 c^2 = 6.8\text{eV}$ に共鳴する必要がある。電子線に反対方向の照射では、Doppler効果で共鳴振動数 $\nu_s$ は低下する。

$$(\alpha/2)^2 m_0 c^2 = h \nu'_s = (1+\beta) \gamma \cdot h \nu_s. \quad (25)$$

一方、Psの誘導放射合成にあずかる電子および陽電子は、照射光子線のスペクトル幅で決まる微小速度範囲 $\pm \Delta\nu'$ のものに限られる。すなわち、

$$m_0 (\Delta\nu')^2 = h \Delta\nu'_s = (1+\beta) \gamma \cdot h \nu_s \left[ \frac{\Delta\nu_s}{\nu_s} + \frac{\Delta\gamma}{\beta\gamma} \right]. \quad (26)$$

式(25)と組み合わせると

$$(\Delta\nu'/c)^2 = (\alpha/2)^2 (\Delta\nu'_s / \nu'_s) \approx (\alpha/2)^2 (\Delta\gamma / \beta\gamma) \quad (27)$$

このPs誘導合成用光子線の強度は多々益々弁ずという訳には行かない。折角、合成したPsが光分解されぬためには、粒子系で見た照射光子束に次の上限 $\phi'_{\text{limit}}$ が科されるからである<sup>11)</sup>。

$$\phi'_{\text{limit}} = [(\tau_s/\gamma) \sigma^{\text{ph}}]^{-1}. \quad (28)$$

ここで $\tau_s$ は実験室系のパルス光子照射時間であ

り、 $\sigma^{\text{ph}}$ はPs基底状態の光分解断面積である。 $\sigma^{\text{ph}}$ としてはPsと原子の大きさが等しい水素原子の観測値を代用する<sup>1)</sup>。すなわち

$$\sigma^{\text{ph}} \approx 10^{-21} \text{ m}^2. \quad (29)$$

$h\nu'_s$ の誘導放射用光子線によるPs合成率の増大度 $G_s$ は、EinsteinのB/A係数比を用いて、

$$G_s = \frac{c^3}{8\pi h(\nu'_s)^3} \cdot \frac{I'}{c \Delta \nu'_s} + 1, \quad (30)$$

ここに $I'$ は誘導放射用光子線のエネルギー流束である。式(25)を援用して、

$$G_s = \frac{8}{\pi} \left( \frac{2\pi\chi_e}{\alpha^2} \right)^3 \frac{\gamma}{c \tau_s \cdot \sigma^{\text{ph}}} \cdot \frac{\nu'_s}{\Delta \nu'_s} + 1, \quad (31)$$

$\chi_e \equiv \hbar/m_0 c$ :電子コンプトン波長

の増大度となる。基底状態のコヒーレントp-Psの誘導放射合成率は、式(24)、(31)に式(27)を併用して求まる。すなわち、

$$R^{\text{stim}}(\text{p-Ps}) = G_s \cdot R^{\text{spon}}(\text{p-Ps}) = \frac{4\chi_e^5}{\alpha^2} \cdot \frac{n_e n_+ LS}{\tau_s \cdot \sigma^{\text{ph}}} \cdot \frac{c^3}{\Delta_\perp^2 \Delta_\parallel} \cdot \frac{1}{\gamma}. \quad (32)$$

既にお気付きと思うが、式(32)ではコヒーレントp-Ps合成のために式(24)に科した厳しい温度制限によるPs生成率の減少因子 $(\Delta\nu'/\Delta_\perp)^2$ が消失している。これは温度制限で誘導放射用の照射光子線のスペクトル幅を式(27)に従って狭めることが出来た為である。

合流部で生成したp-Psの数 $N_{\text{p-Ps}}$ は、実験室系のp-Psの寿命が $\gamma\tau_{\text{p-Ps}}$ のレート方程式、

$$\frac{dN_{\text{p-Ps}}}{dt} = R^{\text{stim}}(\text{p-Ps}) - \frac{N_{\text{p-Ps}}}{\gamma\tau_{\text{p-Ps}}},$$

より、

$$\begin{aligned} N_{\text{p-Ps}} &= R^{\text{stim}}(\text{p-Ps}) \cdot \gamma\tau_{\text{p-Ps}} [1 - \exp(-\tau_s/\gamma\tau_{\text{p-Ps}})] \\ &\approx R^{\text{stim}}(\text{p-Ps}) \cdot \tau_s. \quad \text{for } \tau_s \ll \gamma\tau_{\text{p-Ps}}. \end{aligned}$$

すなわち、

$$N_{\text{p-Ps}} \approx \frac{4\chi_e^5}{\alpha^2} \cdot \frac{n_e n_+ LS}{\sigma^{\text{ph}}} \cdot \frac{c^3}{\Delta_\perp^2 \Delta_\parallel} \cdot \frac{1}{\gamma}. \quad (33)$$

である。ここで生成したp-Psビームが、時間干渉性凝縮体となっている事を確認しよう。先ずp-Psの熱エネルギーは式(27)より

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (2m_0)(\Delta\nu')^2 &\lesssim \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 \cdot m_0 c^2 \left( \frac{\Delta\nu'_s}{\nu'_s} \right) \\ &= 6.8 \left( \frac{\Delta\nu'_s}{\nu'_s} \right) \cdot \text{eV}. \end{aligned} \quad (34)$$

である。またレーザーのようなコヒーレント光子線による強制結合で生成した瞬間のp-Psは、双極子モーメントが光子線に垂直な面内にあり、完全に同位相で整列している。このコヒーレンスは粒子静止系で測った時間 $t'_c$ 、

$$t'_c = \frac{h}{m_0(\Delta\nu')^2} = \frac{8\pi\chi_e}{\alpha^2 c} \cdot \frac{\nu'_s}{\Delta\nu'_s} = 6.0 \times 10^{-16} \frac{\nu'_s}{\Delta\nu'_s} \quad (35)$$

が $\tau_{\text{p-Ps}}$ より長ければ、p-Psが光子消滅するまで保持される筈である。この条件は、 $\Delta\nu'_s/\nu'_s < 5 \times 10^{-6}$ すなわち式(27)を併用して

$$\Delta\nu'_s/\nu'_s \approx \Delta\gamma/\beta\gamma < 5 \times 10^{-6} \quad (36)$$

であれば満たされ、式(20)の実績分解能 $\Delta\gamma/\beta\gamma \approx 10^{-5}$ に近い。

## 7. ガンマ線レーザー(GASER)発生

反転分布状態にある消滅ガンマ線放出系として、コヒーレントなp-Ps集団は恰も1個のp-Psのように振舞い、一蓮托生の2光子消滅でガンマ線レーザーGASERに転換する。GASERはコヒー

レントな電気双極子の整列軸つまり p-Ps ビーム方向および反対方向に放射されるので、各々を前方ゲーザーおよび後方ゲーザー、あるいは単に F-GASER および B-GASER と呼ぶことにする。此等のエネルギーは p-Ps 消滅前後のエネルギー並びに運動量の保存則より

$$\left. \begin{aligned} h\nu_F &= (1+\beta)\gamma m_0 c^2 & ; & \text{F-GASER} \\ h\nu_B &= (1-\beta)\gamma m_0 c^2 & ; & \text{B-GASER} \end{aligned} \right\}$$

又は

$$\left. \begin{aligned} \lambda_F &= \lambda_e(1-\beta)\gamma \\ \lambda_B &= \lambda_e(1+\beta)\gamma \end{aligned} \right\}$$

$$\lambda_e \equiv 2\pi\mathcal{K}_e \quad (37)$$

となる。

式 (33) の数の p-Ps を誘導生成するために、電子と陽電子合流部に  $\tau_s < 100\text{ps}$  のパルスレーザー光を投射したとすると、必要なレーザー強度は粒子静止系で  $Q' = h\nu'_s \cdot \phi'_{\text{limit}} \cdot \tau'_s S$  となる。したがって実験室系では式 (25), (28) により

$$Q = \frac{(\alpha/2)^2 m_0 c^2 \cdot S}{(1+\beta)\gamma \cdot \sigma^{\text{ph}}} \quad (38)$$

すなわち、この強度のパルスレーザー照射で式 (33) の数のコヒーレントな p-Ps が発生し、その数に等しくスペクトルが式 (37) であたえられる GASER が合流軸に沿って前後に放射されることになる。

図 6 で引用の  $(\gamma - 1)m_0 c^2 = 400\text{keV}$  の電子、陽電子エネルギーの装置例では  $n_e \approx n_+ \approx 10^{16}\text{m}^{-3}$ ,  $L = 5\text{m}$ ,  $S = 10\text{mm}^2$  の場合、 $\tau_s < 100\text{ps}$ ,  $Q \approx 3.3\text{mJ}$  のパルス近赤外レーザー照射で、1 パルス当り  $N_{p-Ps} \sim 10^4$  個の p-Ps が発生し、合流軸の前方および後方に各々エネルギー  $h\nu_F = 1670\text{keV}$ ,  $h\nu_B \sim 157\text{keV}$  の F-GASER と B-GASER の光子が  $10^4$  個ずつ放射されることになる。レーザーパルスの繰り返し回数が 50 ヘルツの場合、 $10^6/\text{s}$  程度の GASER も可能である。

コヒーレント p-Ps ビームが同位相で 2 光子消滅するのは、He II の超流動と同様に凝縮原子集団が単一原子のように振舞う巨視的量子効果であると第 1 章で述べた。しかしながら時間干渉性凝縮体が粒子数密度に無関係に、このような巨視的量子効果をあらわすか否かは一考を要しよう。Bose 凝縮にくらべると条件がはるかに緩やかにせよ、粒子集団が相関性を具現するには、時間干渉性凝縮体にも粒子数密度の下限がある筈である。そこで先に求めた誘導生成の p-Ps 数で充分かどうか、確認するためコヒーレント p-Ps 集団の自立誘導放射消滅率つまり、集団中の p-Ps 消滅光子で惹きおこされる誘導放射消滅率の増大度が 1 より充分大きいか否か調べることにする。

この増大度も式 (30) と同様に粒子静止系で求めるのが簡単である。通常の誘導放射と事情が異なるのは、反転分布状態がコヒーレントで同位相の双極子モーメントが放射方向に整列しているため、放射立体角  $\Delta\Omega'$  が著しく制限されていることである。これを考慮に入れると増大度  $G_a$  は、

$$G_a = \frac{c^3}{8\pi h(\nu'_a)^3} \cdot \frac{I'_a}{c\Delta\nu'_a} \cdot \frac{4\pi}{\Delta\Omega'} + 1 \quad (39)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} h\nu'_a &= m_0 c^2 \quad \therefore \mathcal{K}'_a = c/2\pi\nu'_a = \hbar/m_0 c \equiv \mathcal{K}_e \\ I'_a &= h\nu'_a \cdot n_{p-Ps} \ell_c / \tau_{p-Ps}, \Delta\nu'_a = (2\tau_{p-Ps})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

ここに  $I'_a$  は粒子数密度  $n_{p-Ps}$  の p-Ps 集団が自発消滅で発生する光子束であり、 $\ell_c$  はその可干渉距離 (Length of Coherence)、 $\Delta\nu'_a$  は自発消滅光子のスペクトル幅である。p-Ps の実効密度  $n_{p-Ps}$  の算出には、平均温度が  $(m_0/2)(\Delta_\perp^2 + \Delta_\parallel^2)^{1/2}$  の電子、陽電子集団のうち、温度が  $(m_0/2)(\Delta\nu')^2$  以下の電子-陽電子対だけが結合して時間干渉性凝縮体となっていることを考慮する必要がある。事実、式 (27) の低温では、同時発生の p-Ps 群は、より安定な Ps 分子、 $\text{Ps}_2$  となっていることが熱力学的考

察から予想される。そこで式(40)のp-Psの面密度 $\ell_c n_{p-Ps}$ はPs<sub>2</sub>中のp-Psの面密度に置きかえる。

$$\begin{aligned}\ell_c n_{p-Ps} &\sim (8\pi a_\infty^2)^{-1} \\ &= (8\pi)^{-1} (\alpha/\chi_e)^2,\end{aligned}\quad (41)$$

ここで $a_\infty = \chi_e/\alpha$ はBohr半径である。

消滅光子の照射方向の広がりはp-Psビームの熱運動に伴う、ゆらぎによるもので、式(27)を用いて

$$\Delta\Omega' = \left(\frac{\Delta\nu'_\perp}{c}\right)^2 \sim \left(\frac{\Delta\nu'}{c}\right)^2 = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \cdot \frac{\Delta\nu'_s}{\nu'_s}. \quad (42)$$

結局、コヒーレントp-Psの消滅率の増大度は、

$$G_a \lesssim \nu_s / \Delta\nu'_s. \quad (43)$$

となる。

図6の装置例に、式(25)で決まる波長でスペクトル分解能が $\Delta\nu'_s/\nu'_s \sim 10^{-6}$ のパルス近赤外レーザーを照射してp-Psを生成した場合、2光子消滅率の増大度は $G_s \gg 1$ となり、全てのコヒーレントp-Psが誘導放射消滅する事を裏づけている。放射立体角は式(42)より、

$$\Delta\Omega' \sim 7 \times 10^{-11} \text{ sr}$$

で鋭い指向性のGASERである。これらの結果は何れも前章の時間干渉性凝縮体に関する考察と完全に合致している。

## 8. Ps<sub>2</sub>分子、PsクラスターのGASER発生

本稿では便宜上、専らコヒーレントなp-Ps集団によるGASER発生に議論をしぼった。(附録参照) 実際にはp-Psの3倍の生成率で発生しているo-PsもPs<sub>2</sub>分子に変換してGASER発生に活用する事ができる<sup>11)</sup>。

宇宙でもっとも軽い分子であるPs<sub>2</sub>分子は、基

底状態のみ安定で励起状態は存在せず、(p-Ps)<sub>2</sub>および(o-Ps)<sub>2</sub>が縮退した凝縮体である。一昔前から筆者は、この問題をあたためており、今ではPs<sub>2</sub>、Psクラスター共に構造と機能物性の新領域の担い手となるものと確信している。これらの夢多き凝縮体に関する議論はあらためてすることにして、その紹介は別の機会にゆずりたい。

## 謝辞

多くの方々に支えられ、世界最大規模のリングサイクロトロン事業の完成を締め括りとして、大阪大学核物理研究センター長を最後に退職した時、研究続行の機会を提供されたのは高良和武筑波研究学園理事長(初代放射光施設長)とウプサラ大学理学部長S. Kullander教授および千葉玄彌理事をはじめとする新技術事業団の関係者である。そのお蔭で研究三昧の生活が実現し、本稿で紹介したような成果が得られた。衷心より感謝の意を表したい。

## 附記

投稿寸前に国際将来加速器委員会(ICFA)委員長でもあった加速器理論の泰斗Lebedev研究所(モスクワ)のA. N. Lebedev副所長がウプサラを訪れた。昨年夏ドヴナで開催のVekslerのシンクロトロン位相安定性発見50周年記念国際会議で、ひときわ冴えた研究者と睨んだS. Kullander理学部長が招聘したのである。同副所長のAuto-phasing and Induced Radiation in Electron Beam Systemsと題した講演は、世界的規模の循環電子ビームによる自由電子レーザー開発が失敗に終ったのは、誘導放射場における電子のコヒーレントなダイナミックスの強烈さを認識していなかった為と言う前置きから始まった。終りにCMCに言及して、CERN主催モントルー国際会議のS. van der MeerのCMC批判を引き合いに出し<sup>4)</sup>、同会議のCMC批判の全てがコヒーレントなダイナミックスを考慮していない点で完全に誤っており、理論

的にはCMCは可能であると結論した。さらにコヒーレントな現象の強烈さに関連し、大自然は人間が考える以上にはるかに強大であると結んだ。Lebedev教授は二人の仲間を伴って6月よりウラサラでCMCの理論および実験的研究に協力する。

## 附録 GASERの可干渉距離と誘導放射消滅率

GASERのスペクトル幅 $\Delta\nu_a$ は2光子消滅するp-Psの全エネルギー幅できる。粒子静止系ではこの幅は、2光子放出の反転分布状態としてのp-Psの自然幅 $h\tau_{p-Ps}^{-1}$ と運動エネルギーのゆらぎ即ち熱エネルギー $m_0(\Delta\nu')^2$ の和からなるが、式(34), (36)により結局p-Ps基底状態の自然幅のみによって事実上きまる。式(40)のスペクトル幅 $\Delta\nu'_a = (2\tau_{p-Ps})^{-1}$ は此様な考察に基いている。したがってGASERのスペクトル分解能は

$$\frac{\Delta\nu'_a}{\nu'_a} \sim \frac{h}{2m_0c^2 \cdot \tau_{p-Ps}} = \frac{\lambda_e}{2c\tau_{p-Ps}} = 3.2 \times 10^{-11} \quad (A-1)$$

程度である。

GASERの可干渉距離(Length of Coherence)  $\ell_c$ の上限はこの分解能で抑えられるが、コヒーレントな消滅2光子が反対方向に放出される事と $\lambda'_a = \lambda_e$ を考慮すると式(A-1)より静止系、実験室系で夫々

$$\ell'_c = 2\lambda'_a(\nu'_a/\Delta\nu'_a) \sim 4c\tau_{p-Ps}, \quad (A-2)$$

$$\ell_c \sim 4c\tau_{p-Ps}\gamma. \quad (A-3)$$

となる。F-GASERとB-GASERの可干渉距離は式(37)を用いて

$$\begin{aligned} \ell_{c,F} &= \lambda_F \cdot \frac{\nu'_a}{\Delta\nu'_a} = 2c\tau_{p-Ps}(1-\beta)\gamma, \\ \ell_{c,B} &= \lambda_B \cdot \frac{\nu'_a}{\Delta\nu'_a} = 2c\tau_{p-Ps}(1+\beta)\gamma, \\ \ell_{c,F} + \ell_{c,B} &= \ell_c. \end{aligned} \quad (A-4)$$

本稿の装置例では $\ell_c = 27\text{cm}$ で、合流部では同位相のp-Ps集団が可干渉距離あたり $N_{p-Ps} \cdot \ell_c/L$ の数だけ発生するので、相乗干渉効果で2光子消滅率はこの倍数だけ増大する筈である。先の例では $G_a \sim N_{p-Ps} \ell_c/L \sim 10^3$ となり、式(43)の増大度 $G_a \gg 1$ を支持する結果をあたえる。

## 文献

- 1) H. Ikegami, Phys. Rev. Lett. **60**, 929 (1988).
- 2) H. Ikegami, Phys. Rev. Lett. **64**, 1737 (1990), ibid **64**, 2593 (1990).
- 3) H. Ikegami, Phys. Scripta **48**, 32 (1993). Proc. Second International Conference on Particle Production near Threshold, Keynote Talk (Uppsala, 1992) ed. C. Ekström.
- 4) H. Ikegami, Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics, Montreux, Switzerland (4–8 October, 1993) ed. J. Bosser and other topics herein reported.
- 5) H. Ikegami, CMC and the Generation of Coherent Particle Beams, Joint Lecture of Particle Physics, Nuclear Physics and Plasma Physics. (Uppsala University, 23, September, 1994).
- 6) H. Ikegami, Rev. Sci. Instr. **29**, 943 (1958), quoted as the pioneer work on the higher order focusing of ion optics by Karl Brown of SLAC, Stanford.
- 7) J. Schneider, Phys. Rev. Lett. **2**, 504 (1959).
- 8) R. H. Pantell, Proc. IRE **47**, 1146 (1959).
- 9) F. Kullander, Cyclotron Maser Cooling, PhD Thesis, (Osaka University, 1993).
- 10) H. Ikegami, Coherent Transition Radiation, PAT Appl. (1993); Coherent Particle Beam, PAT Appl. (1994).
- 11) H. Ikegami, Gamma-ray Laser (GASER), PAT. Appl. (1994); H. Ikegami, Gamma-ray Amplification by Stimulated Emission of Radiation, (Gaser) Joint Lecture of Particle Physics, Nuclear Physics and Plasma Physics (Uppsala University, 7. July 1995).