

放射光蓄積リングにおける高精度 ビーム位置モニターの開発

佐々木茂樹 財団法人 高輝度光科学研究センター 加速器部門
〒679-5198 兵庫県佐用郡佐用町光都一丁目 1-1

要旨 放射光蓄積リングにおけるビーム位置モニターは電子ビームが真空チェンバー上に誘起する鏡映電流を取り出すことにより電子ビームの位置情報を得るものである。その際鏡映電流の空間的な分布、時間信号等の特性を考慮して位置情報を取り出す必要がある。これらの情報を取り出す際に留意することなどを紹介し、また SPring-8 蓄積リングのビーム位置モニターの例について述べる。

1. はじめに

SPring-8 の供用開始から約 9 年を経た 2006 年夏の運転停止期間に蓄積リングのビーム位置モニター (Beam Position Monitor, 以下必要に応じて BPM と略記) の信号処理回路を更新し、停止期間あけから新規信号処理回路の運用を始めた¹⁾。本稿では主にビーム位置モニターの一般論を述べ、また更新したこの回路について紹介したい。放射光ユーザーであるが、加速器については専門外という方を読者として想定するので、多少なりとも加速器をご存知の方には冗長であったり、正確性に欠ける部分があるかと思われるが、ご容赦いただきたい。

SPring-8 は 1997 年に供用開始したが、加速器の検討は 80 年代末から開始されており、主要な構成要素の仕様等は 90 年代前半には固まりつつあった。その中で BPM の仕様を検討する際の境界条件としては「軌道測定は人が介在して必要に応じて行う。測定時間は人が待てる程度。位置測定分解能は 10 μm 程度以下。」というものであった。ところが、運転を始めてみると常に周期的に軌道を測定し補正する、というルーチンが働くような使い方になった。また、2000 年の夏の運転停止期間に長直線部に長尺のアンジュレーターを設置可能なスペースを作り出す改造を行った後、BPM の分解能が低下したように見えた。このような事情で、より高分解能で測定時間も短い BPM への変更の検討を 2001 年より開始した。試作機による R&D の後、量産機仕様の試作を経て 2004 年までには最終仕様を決定し、2004~2005 年に製作、受け入れ試験等を行い、2006 年の更新に至った。

なお、前述の分解能が悪化したように見えた原因は分解能の評価方法が測定中のビームの変動の影響を完全にのぞくことができない方法で、また、長直線部の改造により

ビームの変動条件が分解能を悪く見せるように変化したというものであった。

以下、ビーム位置モニターで何をはかっているのか、どのようにはかるのか、その際に考慮することは何か、等について順に述べ、ビーム位置モニターを構成する際に考慮する必要がある位置感度係数と信号波形・スペクトルについて説明をした後、SPring-8 蓄積リングの COD 測定用 BPM を制作するに際して考慮したことを述べ、最後に SPring-8 蓄積リングの COD 測定用信号処理回路の構成、ビーム位置測定性能の順に記す。

2. 何をはかっているのか

ビーム位置モニターというのは、蓄積リング中の電子ビームの位置を測定するためのものである。この場合、電子ビームの位置と言った時に一体何を相手にしているのだろうか？

SPring-8 蓄積リングの場合、全周に 2436 個のバケットと呼ばれる電子ビーム・バンチを入れることが可能な所があり、それが光速でリングを周回している。放射光利用実験の要請に従って、このうち必要なところに電子を蓄積して、電子ビームのバンチを形成する。どのバケットに電子ビームをいれるか (fill するか) でリング一周を周期とする電子ビームの強度パターンが形成される。これをフィリング・パターンと呼んでいる。

本稿で述べるビーム位置モニターは、このバンチ個々の毎周回の位置を測定するわけではなく、各バンチのバンチ電流に比例した重み付きかつ多数周回平均した位置を測定するようなものである。これを蓄積リングの周長に沿った多数点で測定する。

これは何を求めていることに対応する (と信じている)

かという、COD と呼ばれる量をリングの主要点でサンプリングしていることになっている。ここで、COD というのは Closed Orbit Distortion の頭文字をとったものであり閉軌道（の歪み）のことである。閉軌道はリング周長にそった座標（通常 s で表す習慣である）を独立変数とするビーム進行方向と垂直な方向（座標 (x, y) または (x, z) 等で表す）の電子の運動方程式の周期解で定義される。

蓄積リング内の電子の従う運動方程式は、適当な近似の範囲で

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)u(s) = 0 \quad \dots (1)$$

と表される。ここで、 u は x （水平）または y （鉛直）を表すとする。 $K(s)$ は 4 極電磁石等の収束力に対応するものである。リング周長を L とすると $K(s+L) = K(s)$ という周期条件を満たす。この方程式の周期 L の周期解が Closed Orbit である。実際のリングでは磁場の誤差等により誤差のない理想的なリングで成立する方程式からは異なった方程式に従って電子は周回している。この現実リングにおける周期解を理想的な場合から考えると歪みをもった周期解ということで COD と称している。なお、個々の電子は周期解のまわりの非周期解にそって運動している。通常 COD を測るといって、この COD を蓄積リングの各点でサンプリングすることを意味している。

上記の(1)式は適当な変換のもとで

$$\frac{d^2\eta}{d\theta^2} + \nu^2\eta = 0 \quad \dots (2)$$

と変形できて、固有振動数 ν の調和振動となる（Appendix 1 参照）。この振動数のことをチューンという。調和振動における固有振動数を知ることの重要性は想像できるかと思うが、蓄積リングの場合もこの量の測定は収束力が設計どおり得られているかどうかを知るために重要である。BPM により COD を測定しリング一周での振動回数を測定することによりチューンを得ることができる。もう少し正確に言うと、COD 測定からはチューンの整数部を得ることができる。蓄積リングのコミッショニング時は電子ビームの蓄積に成功した後、収束力の設定が正しいかどうか確かめるためにも COD 測定は最初に行うものの一つである。この段階では、人の介入で測りたいときに測ればよいというレベルで十分である。

また放射光を安定に供給するために COD を測定することが重要であることも容易に想像していただけるかと思う。たとえば、COD すなわち軌道上の光源位置および軌道接線がおおきく変動すると、場合によっては試料上に光が到達しないことになってしまう。このためリングの周に沿った十分多数点でビームの位置を測定し、それが常に一

定の値になるようにステアリング・マグネットと呼ばれる補正用電磁石で軌道を一定に保って極力光源点の変動を小さくしようとしている。この際に基準としている軌道を参照軌道（reference orbit）という。

補正の際に単純に電子の位置を戻すことが出来れば良いのであるが、リング内の電子は先の運動方程式に従って運動していて、その結果が閉軌道の形成ということになっている。従って、測定量から補正量へは運動方程式を通じてつなぐ必要がある。補正が必要になるということは何らかの誤差磁場が生じて軌道を変えていることになるが、通常この効果は先の運動方程式(1)の右辺に励起項が加わったものとして取扱う。

任意の場所に任意の磁場が発生できれば誤差の励起項を完全に打ち消すことが可能であるが、実際は有限個の測定点および補正点に有限精度で有限応答時間の測定器と補正器がおかれているので、その拘束条件のもとで参照軌道からのずれを最小化する解を求めて補正を適用することになる。

3. どのようにはかるのか

COD を測る方法であるが、測るためにビームを失ってしまっても元も子もないので、蓄積されている電子ビームを遮るような測定をすることは出来ない。つまり、非破壊的な測定をする必要がある。電子ビームは金属で出来た真空チャンバーの中を周回している。SPring-8 の場合、挿入光源部を除くほとんどの部分はアルミニウム合金製の真空チャンバーで構成されている。この中を電子が通過すると、導体である金属表面に電荷が誘起され、それが電子ビームとともに走っていく。つまり、電子ビームと（ほぼ）同じ時間構造をもった鏡映電流が流れることになる。また鏡映電流はビームとチャンバーの相対位置によってチャンバー上の分布が変化する。このことを利用して、ビーム位置モニターでは鏡映電流の一部を取り出すことにより電子の位置を求めている。

4. 何を考慮する必要があるか？

鏡映電流を取り出して測定することによりビームの位置を求める際にどのようなことを考慮する必要があるのだろうか？ それらは大雑把にいて (1)位置感度係数と(2)信号波形・スペクトルの2項目である。

高エネルギーの電子ビームの場合、電子ビームのまわりの電場はビーム軸に垂直な平面内に限られるという近似がよく成り立つので、ビーム軸に沿った方向、いわゆる縦方向とそれに垂直な方向、横方向を独立に扱うことが可能となっている。位置感度係数はビームの進行方向に対して垂直な面内の電（磁）場分布に関わるものであり、信号波形・スペクトルは時間成分（およびその共役量としての周波

数成分)に関わる量である。また BPM を作る観点からいうと位置感度係数はチェンバーや信号ピックアップ用の電極の幾何学的配置の設計・製作に関わっており、信号波形・スペクトルはおもに信号処理回路の設計・製作に関わっている。

5. 位置感度係数

鏡映電流を利用してビーム位置を求める際に考慮しなければならないことは、電子ビームの位置とチェンバー上の電流分布との関係および鏡映電流の時間構造である。相対論的速度で移動している電子の場合、そのまわりの電場はローレンツ収縮をうけ進行方向には $1/\gamma$ 程度の広がりとなる。SPring-8 の 8 GeV の場合は $\gamma \approx 16000$ ではぼビームの進行方向に垂直な平面上にしか電(磁)場が存在しない状態となる。従って、ビーム位置とチェンバー上の鏡映電流の関係は 2次元の静電場問題で近似可能となる。

鏡映電流の一部を取り出し、その信号振幅の変化の割合からビームの位置の変化を求める訳であるが、このときにビーム位置変化と信号振幅の相対変化を結びつけるのが位置感度係数である。つまり、ビーム位置が例えば 1 mm 変化したとき電荷が何%変化するかを結びつける量を位置感度係数と呼ぶ。式で表すと、 $\delta Q/Q = S \delta x$ の場合の S が位置感度係数である (δx : 位置変化量, $\delta Q/Q$: 電荷の変化割合)。 S の次元は長さの逆数である。

円筒境界の場合を Appendix 2 に載せたのでそちらを参考にしていただきたいが、ビーム位置変化に対する電荷の変化率はチェンバーの径に反比例する ($S \propto 1/R$, R : 半径)。つまり、チェンバーが大きくなるほどビーム変位が電荷の変化率として測定しづらくなる。

円筒境界の場合は解析的に位置感度係数を求めることができるが、実際の真空チェンバーの断面は円形ではないし、電極も有限の大きさをもっているため、円筒境界の場合がそのまま当てはまるわけではない。しかし、電荷の変化率とビームの変位とを結びつける位置感度係数はチェンバーの径のオーダーとなる事情に大差はないので、ビームの微小変位を測定するためには径の小さなチェンバーのほうが有利である。ただし、実際のチェンバー径は通常 10 mm のオーダーで、桁が変わるようなサイズの変更は困難である。従って位置感度係数のとりうる値も高々ファクター倍程度で大幅には変えることが出来ない。

実際のチェンバーでは円筒断面のような解析的な扱いが可能な形状をしていることはまずない。そこで、チェンバーの BPM 取り付け部を取り出してアンテナあるいはワイヤを通してパルス信号や高周波の正弦波信号を入れ、各電極の出力を記録し、このアンテナあるいはワイヤをスキャンして各点でのデータを取るにより位置感度係数を求める、あるいは、電磁場の数値計算によって位置感度係数を求める等の方法がとられる。

6. 信号波形・スペクトル

SPring-8 蓄積リングはおそらく世界一多彩なフィリング・パターンで運転されている放射光源である。このリングの COD 測定においてはどのようなフィリング・パターンであっても同一軌道であれば位置測定結果が同一である必要がある。ところがフィリング・パターンによってバンチあたり電流値は 2 桁以上も異なる。BPM 電極上に誘起される信号の電圧は基本的にはバンチあたり電流値に比例するので、電圧値は 2 桁も異なるものを扱わなければならない。そのためにはフィリング・パターンを変更するたびに処理回路の設定を変更するというやり方もあるが、設定の変更が位置測定に系統誤差を持ち込む可能性がある。なのでフィリング・パターンによらず処理回路の設定変更なしで信号処理を行うことが望ましい。

そのようなことは可能であろうか？ これに対する回答はビームが誘起する波形のスペクトルを解析することで得られる。

ここで話の都合上いくつかの用語を紹介する。まず、電子を蓄積リング内に周回させ続けるためには放射光として失われるエネルギーを周回毎に補充してやる必要がある。このため高周波の電磁場を用いて電場のビーム方向成分で電子を加速することによりエネルギーの補充を行っている。高周波電磁場を形成するために加速空洞が使用される。この高周波電磁場は RF (Radio Frequency の略) と通称される。SPring-8 の蓄積リングおよびブースター・シンクロトロンでは RF の周波数に 508.58 MHz という周波数が使用されている。この RF の周期とビームがリングを一周する周期との比はハーモニク・ナンバー (h) と呼ばれていて、SPring-8 蓄積リングでは $h = 2436$ である。RF の一周期の 2π の位相のうち特定の位相付近でしか電子は安定的にエネルギーを補給されることが出来ない。よって、リング一周当りに電子のバンチを入れることが出来る場所の数はハーモニク・ナンバーとなる。電子バンチをおくことが出来る所はバケットと呼ばれている。

詳細は Appendix 3 をご覧いただきたいが、ビームが BPM 電極上に誘起する信号のスペクトルのうち RF 加速周波数およびその高調波の信号成分はフィリング・パターンにはよらず、リング全体の蓄積電流値と単バンチの信号波形、またはそのフーリエ変換である単バンチのスペクトル・エンベロープにのみよる。

従って、COD を測定するための信号処理回路は信号スペクトル中の RF 加速周波数成分 (またはその高調波) だけを検知するようなものを用意すればよいということになる。そうすれば同一蓄積電流値に対してはフィリング・パターンによらず、同一信号強度を扱うことができる。このためにはいわゆる RF 加速周波数を搬送波とする AM 検波回路を用いて RF 加速周波数成分の振幅を求めるような回路を構成すればよい。

7. SPring-8 蓄積リングの COD 測定用 BPM

さて、一通りの準備が出来たところで実際の BPM について、SPring-8 の蓄積リングの場合を例に述べることにする。

まず BPM の総数および配置であるが、BPM は当初 288 箇所設置されていて、1 系統の信号処理回路で 12 箇所の BPM の信号を扱っていた。この 288 という数は 1 セル当たり 6 箇所、48 セルということから来ている。一般に円形の加速器はセルと呼ばれる電磁石配列の基本単位の繰り返しで構成されている。SPring-8 蓄積リングは当初 48 セル構成でありセルごとに 6 箇所の BPM を設置していた。従って処理回路は 1 セットで 2 セル分 12 箇所をカバーする構成をとっている。1 セットで 2 セル分で総セル数が 48 であったので、回路は 24 セットである。その後 2000 年に長直線部の改造を行い蓄積リングのセルの構成が変更され 44 の通常セルと 4 箇所の長直線部となった。この長直線部の改造、また、いくつかの BPM を COD 測定以外に振り分ける等をしているので、現在 COD の測定に使われている BPM は約 270 となっている。

通常セルの BPM 設置箇所を Fig. 1 に示す。電子ビームを 6 極電磁石の軸を通すように調整したいということで 6 極電磁石に隣接して設置してあるが、隣の 4 極電磁石との間隔が大きくないので実質的にその中間に設置したことになっている。

これらのそれぞれに Fig. 2 に示すような断面形状となる

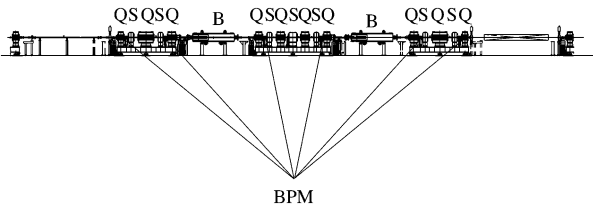


Fig. 1 One cell layout of the magnets, the BPM positions are shown. B stands for the bending magnets, Q stands for the quadrupole magnets, and S stands for the sextupole magnets in one cell.

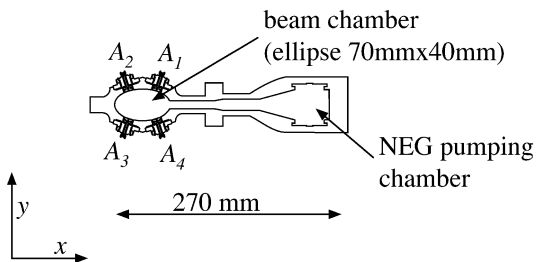


Fig. 2 Cross section of the vacuum chamber at the BPM section. The chamber consists of the two parts, one is the beam chamber and the other is for the NEG pumping chamber; they are connected with a slot. The electrodes of the BPM are attached on the beam chamber part.

ようにピックアップ電極が取付けられている。一箇所の BPM は 4 箇所の電極から構成されており、これら 4 箇所の電極に誘起された信号強度から以下の様に位置を求めている。

まず、4 電極の強度から以下に示すような、それぞれほぼ (x, y) に比例する量、ここでは仮に (u, v) と記す、を求める。これら (u, v) の 2 変数の多項式として (x, y) それぞれを求めている。

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} + \frac{A_4 - A_3}{A_4 + A_3} \right) \quad \dots (3a),$$

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{A_1 - A_4}{A_1 + A_4} + \frac{A_2 - A_3}{A_2 + A_3} \right) \quad \dots (3b)$$

が (u, v) の定義である。

また電極上の信号強度を位置情報 (x, y) にする多項式を

$$x(u, v) = x_0 + k_x u + X_{01} v + X_{20} u^2 + X_{11} uv + X_{02} v^2 + \dots + X_{ij} u^i v^j + \dots \quad (4a)$$

$$y(u, v) = y_0 + Y_{10} u + k_y v + Y_{20} u^2 + Y_{11} uv + Y_{02} v^2 + \dots + Y_{ij} u^i v^j + \dots \quad (4b)$$

とする。ここで、 $k_x = X_{10}$, $k_y = Y_{01}$ とした。

SPring-8 蓄積リングでは、建設期にすべての BPM について片持ちのセミリジッド同軸ケーブルをアンテナとして使用し、BPM 電極が取付けられたチェンバーに挿入して ± 5 mm の範囲を 1 mm のステップでスキャンして各点における 4 電極の信号強度を測定した。各 BPM についてこれらのデータを (u, v) の 5 次多項式を用いて各係数をフィッティングで求めている。

ここで線形項を

$$x = k_x u = \frac{1}{S_x} u \quad \dots (5a),$$

$$y = k_y v = \frac{1}{S_y} v \quad \dots (5b)$$

と表した場合の S_x, S_y をこの場合の位置感度係数とする。これは、位置が 1 mm 変化した時に電極信号強度の比がどのくらい変化するかを表す長さの逆数の次元をもった係数である。その逆数の k_x, k_y は長さの次元をもち、前述の様にこの大きさがほぼ真空チェンバーのサイズとなる。

上記の (5a, b) 式に対して誤差伝搬から位置測定誤差の表式を求めると、 $\delta x = (1/2) k_x (\delta A / A)$, ($A = A_1 = A_2 = A_3 = A_4$ を仮定、 y 方向も同様) となる。これをみると、測定誤差を小さくするためには、1) k_x 等の係数を小さくする、2) δA を小さくする、3) A を大きくする、のいずれかを行えば良いことがわかる。既述の様に k_x 等はチェンバー・サイズ程度になるので大幅には変更できない。また

A 、すなわち信号強度はビームの条件が同じであればチェンバーと電極の幾何学的な構造でほぼ決まってしまう。なので、 k_x, A についてはリングの設計・製作時に決まってしまう、設置後の変更はほぼ全周の真空チェンバーの改造をとらなければならない。SPRING-8蓄積リングのような大型のリングの場合このような大幅な改造は事実上不可能である。

ここで簡単に数値をあたってみると、たとえば k_x が20 mmとしたときに $1\mu\text{m}$ の分解能を得ようとするとき($\delta A/A$)が 10^{-4} つまり80 dBの信号対雑音比(S/N, Signal to Noise ratio)が必要となる。このような大きなS/Nが必要になるのは、信号強度の差で位置を計算するからである。言い換えると「大きな数から大きな数を引いたおつりの部分を精度よく測りなさい」という条件をクリアしないといけないということである。

回路の更新に際しCOD測定用BPMに対して、分解能は $1\mu\text{m}$ 、可能であれば $0.1\mu\text{m}$ とすることを目標とした。SPRING-8蓄積リングの真空チェンバーの場合、位置感度係数は $(S_x, S_y) \cong (0.069\text{ mm}^{-1}, 0.046\text{ mm}^{-1})$ [$(k_x, k_y) \cong (15\text{ mm}, 22\text{ mm})$ に対応する]であるのでS/Nは80 dB~100 dBを目標とした。

ビーム位置測定分解能を上げるには良いS/Nが必要である。次に前述のビーム・スペクトルとの関係でどのような信号処理回路で所望のS/Nを達成するかということが問題となる。当然低雑音の回路が必要となるのであるが、一般的には低雑音の回路というのは微小信号を取り出すために用いられ、高いゲインを設定しているものが多い。このような高いゲインの回路の場合、たいていは信号強度が大きくなると非線形性の影響が顕著となる。非線形性が顕著であれば差し引きの結果にも影響を及ぼす。BPMの場合は決して微小とは言えない信号を低雑音で取り出す必要がある。低雑音かつ高信号強度における非線形性の小さな回路が求められるわけである。

まず雑音の評価から行おうが、避けようのない雑音として熱雑音がある。常温(300 K)における熱雑音を単位帯域幅当りのデシベル表示のパワーで表すと -174 dBm/Hz である。ここで、dBmというのは1 mWを基準としたパワーのデシベル表示で、 $\text{dBm} = 10 \log_{10}(P/\text{mW})$ である。一方、信号強度は蓄積電流値とBPMの電極の大きさおよびビームの時間構造等で決まる。詳細は省略するが、SPRING-8蓄積リングの場合、100 mA蓄積時におけるRF加速周波数508.58 MHz成分の信号強度で -20 dBm ($10\mu\text{W}$)が典型的な値である。この強度は線スペクトルのピークであるので、測定の帯域幅にはよらない。この値と熱雑音との比が得られる最大のS/Nを与える。帯域幅1 Hzならば $-20\text{ dBm} - (-174\text{ dBm})$ で154 dBのS/Nが得られることになる。逆に -20 dBm の信号に対し熱雑音のみで100 dBのS/Nになる帯域幅は $10^{54/10}\text{ Hz}$ で250 kHz程度となる。回路の発生する雑音等を考慮すると信号強度と要求されるS/Nからは帯域幅はこの値よりもさらに制

限されることになる。

雑音は帯域幅に比例することから、測定速度と分解能はトレード・オフの関係にある。分解能すなわちS/Nをあげようと帯域幅を狭めるとその分測定には時間がかかる。典型的には帯域幅(Hz)の逆数程度の時間は必要となる。例えば1 kHzの帯域幅の雑音に押さえようとすれば1 ms程度の測定時間は必要となる。直流信号の場合で考えてみると、S/Nをよくするために信号を積分あるいは平均することがある。これは積分時間の逆数で決まる周波数よりも高い周波数成分の影響を取り除くことに対応する。つまり、帯域幅の逆数程度となる測定時間は、直流信号を積分してS/Nをあげるときの積分時間に対応していると考えて差し支えない。

回路雑音の教科書によると、増幅器を直列に接続した時の全体の雑音特性は前段の増幅器のゲインを大きくすれば後段の回路で発生する雑音の影響を軽減することが出来ることになっている(Appendix 5)。しかし、ゲインが大きいと信号強度が強くなった時に非線形性の影響が出やすくなってしまふ。例えば、いわゆる低雑音増幅器に分類されるものの場合OIP3という非線形性の指標が $+30\text{ dBm}$ (1 W)程度であるが、非線形性の影響を雑音の影響と同程度以下の -80 dB 以下程度に抑えようとするとき、このOIP3から40 dBくらい下がったレベルの出力とする必要がある。そうすると増幅器の出力は -10 dBm 程度となり、 -20 dBm の入力があることを考えるとゲインを10 dBより大きくは出来ないことになる。

ここでOIP3はOutput Intercept Point of 3rd orderのことで非線形性の評価に用いられる指標のひとつである、Fig. 3参照。高周波の増幅器等で特定の周波数の信号を増幅した場合、線形性が保たれていれば入力と出力の周波数成分は同一になる。ところが実際の回路は非線形性がある。いま、この応答を多項式で近似することにする。つまり、

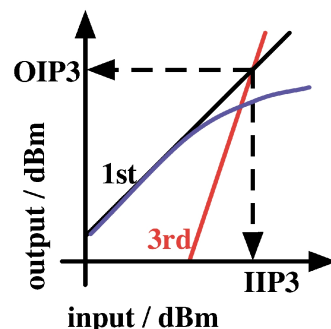


Fig. 3 The definition of the intercept points; the point on which the two lines of the slopes of 1 (black line) and 3 (red line) cross is called the intercept point of the 3rd order. The input value is called the input intercept point of the 3rd order, expressed as IIP3, and the output value is called the output intercept point of the 3rd order, expressed as OIP3. An actual input-output characteristic will be a line like the blue line.

$$y(x) = k_0 + k_1x + k_2x^2 + k_3x^3 \dots \quad (5)$$

と表すことにする。入力が単一正弦波、 $x = A \sin(\omega t)$ 、とした時、3次の項は $k_3A^3 \sin^3(\omega t)$ であるが、正弦波の3乗であるから、この3次項から基本波と3倍高調波が出てくる。3次項からの基本波の成分への寄与は $k_3(3/4)A^3 \sin(\omega t)$ である。結局、1次の項は振幅に比例し、3次項からの寄与は振幅の3乗に比例するので、入力の出力に対するべきは1次と3次である。入出力を dBm 表示にした場合、両対数グラフになるので、傾きが1と3となる。この傾きが1と3の直線の交点の入力側の座標が IIP3 (Input Intercept Point of 3rd order)、出力側が OIP3 であり、まとめて IP3 と表す。傾きが1対3であるので、入力が10 dB 下がると1次項も10 dB 下がるのに対し、3次項は30 dB 下がり、その差は20 dB である。10 dB あたり20 dB の違いとなるので、80 dB の違いとなるためには IP3 から40 dB 下がる必要がある。

なお、現実の増幅器はこの交点に達する前に更に高次の影響で出力が飽和し始めてしまうので IP3 は仮想的な点であるが、IP3 よりも十分小さい信号強度の領域での非線形性の影響の見積には差し支えない。

8. SPring-8 の COD 測定用 BPM の信号処理回路構成²⁻⁴⁾

信号処理回路の構成は Fig. 4 のブロック・ダイアグラムに示すように1セットの回路で12箇所、2セル分の BPM をカバーしている。一組の回路には4系統の回路が組込まれていて、全周データの取得時間を短縮している。初段に切替器を設けて3 BPM (12電極) を1系統の回路で受け持っている。

増幅器の非線形性の影響を軽減するため、検出する目的周波数、つまり RF 加速周波数である508.58 MHz 以外の周波数成分が増幅器に入力されることを阻止する帯域通過フィルタを増幅器の前段におき、不要成分を除いた信号を高周波増幅器 (RFamp と略称) で増幅している。RF 加速周波数成分を選び出すことにより、以降の回路ではフィリング・パターンによらず蓄積電流値のみに依存する振幅の信号を扱えばよいことになる。

この高周波信号を周波数変換して250 kHz の正弦波信号を得る (IF: Intermediate Frequency と略称)。この信号を可変増幅率の増幅器 (IFamp と略称) を通して後段の ADC (Analogue to Digital Converter) の入力レベルに最適な信号振幅とする。

周波数変換により得られる250 kHz 信号を16-bit、

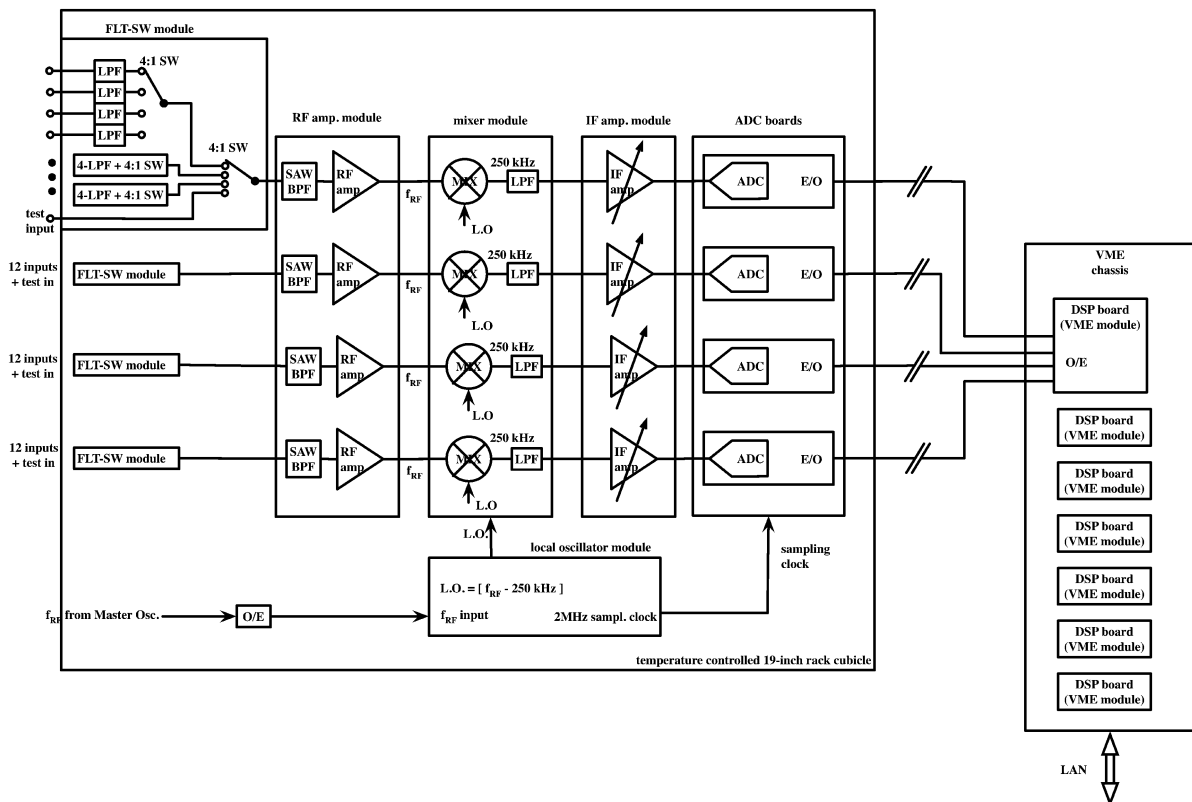


Fig. 4 The block diagram of the signal processing electronics circuits of the SPring-8 Storage Ring BPM. LPF: Low pass filter. SW: Switch. SAW BPF: Surface acoustic wave Band pass filter. MIX: Mixer. E/O: Electric to optical converter.

2MSPS (Mega Samples Per Second; 1 秒間に 2×10^6 回のサンプリング・レート) の ADC で 2048 点収集しこの収集されたデータから 250 kHz のフーリエ成分の振幅データを得る。振幅データから位置情報の計算は既述のとおりである。

信号を取得する電極の切替, IFamp の増幅度設定, AD 変換のスタート, AD 変換データから位置情報への計算等は VME (VME はコンピュータバスの規格の名前である) モジュールとして開発したボード上の DSP (Digital Signal Processor) で行っている⁵⁾。

最終的には, この DSP 内の処理で RF 加速周波数に対応する単一周波数の信号を選び出し, 振幅を求めている。

測定に要する時間であるが, 1 セット中の 4 系統の信号処理, および全周分の 24 セットのデータ処理はすべて並列でおこなわれるので, 12 電極分のデータを処理する時間で全周分の COD データを取得することが出来る。2MSPS で 2048 点を収集しているのだから, 1 電極当り 1 ms を要する。これを 12 回繰り返し, さらに計算・通信のオーバーヘッドが加わって約 15 ms で一回の測定が終了する。通常のユーザー運転時はこの手続きを更に 100 回繰り返してその平均値を得ている。DSP 内の処理時間は $15 \text{ ms} \times 100 + \alpha$ で 2 秒以内であるが, これを VME およびネットワークを介して中央制御室のワークステーションまで転送する, データをデータベースに登録する等の手続きが必要となる。これら一連の手続きに要する時間は合計で 3~4 秒程度であるので COD 測定の時間は約 3 秒である。

9. BPM の位置測定性能・軌道安定度

各 BPM について多数回の測定を繰り返し, その位置測定再現性から位置測定分解能を評価したところ, $0.1 \mu\text{m}$ 程度の分解能を得ていることがわかった。ただし, 測定時間中の軌道変動の影響があり, 連続する測定値の差は $0.1 \mu\text{m}$ よりも大きくなる。また場所により軌道変動の影響が異なるため BPM によって $0.4 \mu\text{m} \sim 1 \mu\text{m}$ の範囲で異なった値となっている¹⁾。全周の位置測定に要する時間は約 3 秒で, この COD 測定データをもとに補正量を計算し, 補正用電磁石の設定を行う。補正量の計算から電磁石の応答まですべてを含めて現状で 6~7 秒周期の補正となっている。

回路の更新以前は補正の周期は約 30 秒かかっていたが, その際の一週間の間の軌道安定度は Fig. 5a に示すように最大で $2 \sim 3 \mu\text{m}$ 程度であった。回路の更新後は Fig. 5b に示すように約半分程度の変動となっている。Fig. 5 の b の方が a に比べて測定点が密になっているが, これは周期的な補正の間隔が約 30 秒であったものが 7 秒程度に短くなった効果である。補正周期を短くすることでより変動が小さいタイミングで補正がかけられるようになり軌道の変動を小さく押さえることができるようになった。

またもう少し長い期間, 約二十日の間の変動をみると, Fig. 6 に示すように変動は $10 \mu\text{m}$ 程度となっている。回路更新の前後での改善効果は一日の変動の場合ほど顕著には見えないが, 長期のドリフト等は COD の測定分解

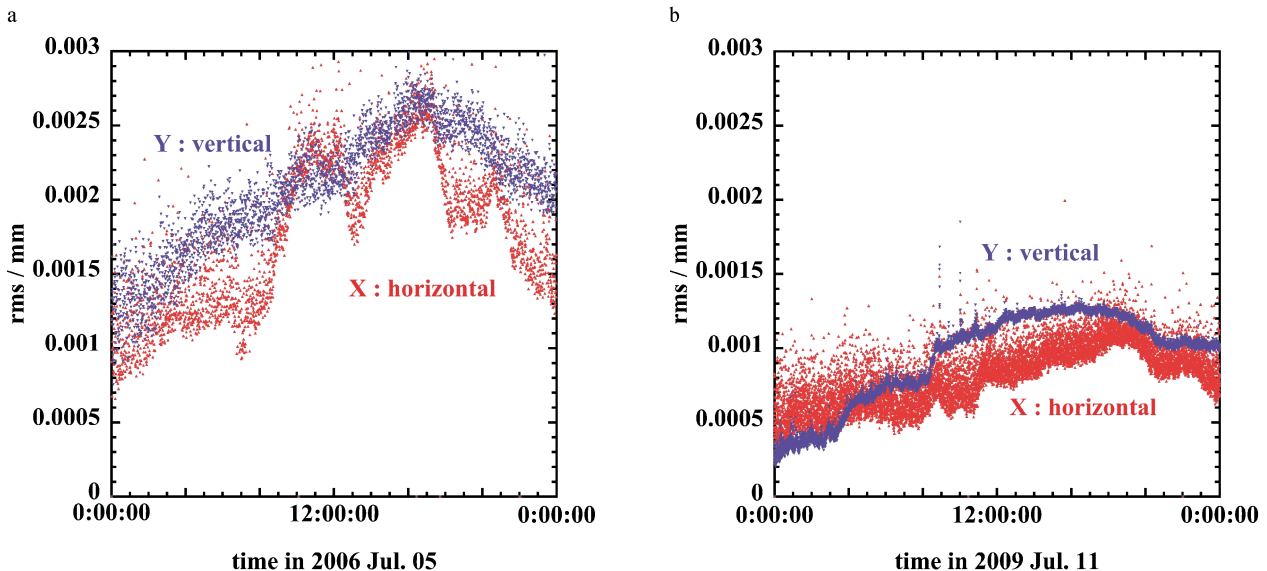


Fig. 5 The root mean square (rms) of the differences from the BPM values from the start time as a function of the time. The differences between two different times for each BPM values are squared and summed to calculate rms values.

$$rms(t) = \sqrt{\frac{1}{N_{BPM}} \sum_{i=1}^{N_{BPM}} (x_i(t) - x_i(0))^2}, \text{ etc.}$$

Time dependence of one day period on 2006 July 05 (Fig. 5a) and on 2009 July 11 (Fig. 5b). The vertical values are in the unit of mm. The horizontal axis is the time on the day of July 05, 2006 (Fig. 5a) and July 11, 2009 (Fig. 5b).

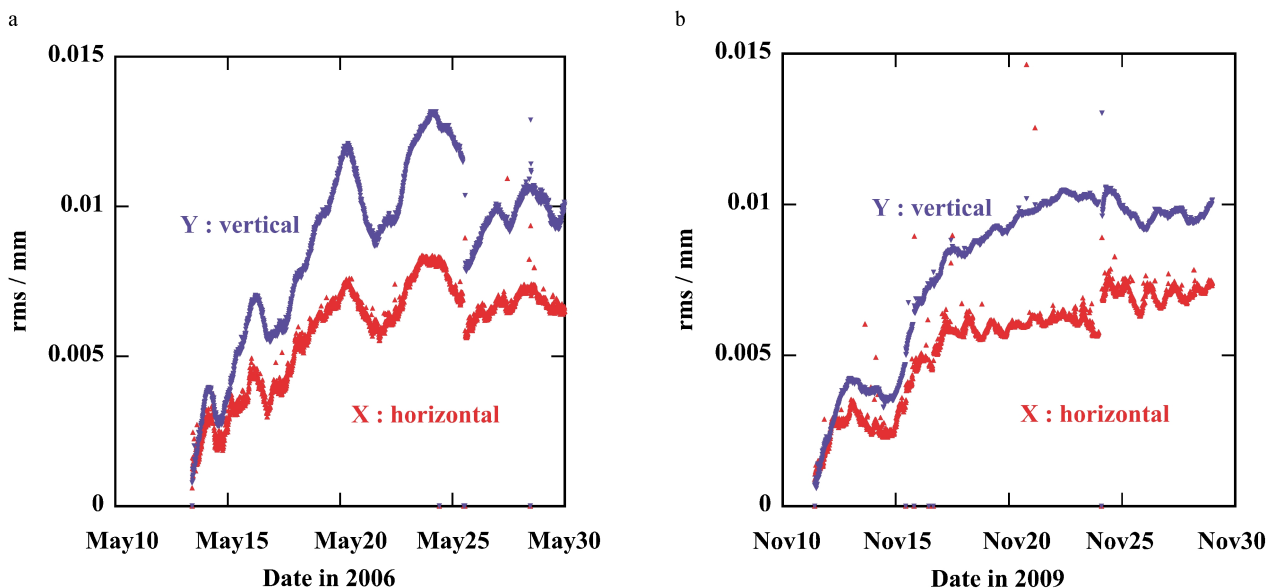


Fig. 6 The root mean square (rms) of the differences from the BPM values from the start time as a function of the time. The differences between two different times for each BPM values are squared and summed to calculate rms values.

$$rms(t) = \sqrt{\frac{1}{N_{BPM}} \sum_{i=1}^{N_{BPM}} (x_i(t) - x_i(0))^2}, \text{ etc.}$$

Time dependence of about 20 days period. The vertical values are in the unit of mm. The horizontal axis is the day in the period from Nov. 8 to Nov. 28, 2009 (Fig. 7a), and the day in the period from May 13 to May 30, 2006 (Fig. 7b).

能, 測定速度の向上効果を相殺してしまうようなものの寄与の可能性もあり評価は難しいところがある。いずれにしろこの十 μm 程度の軌道安定度にはCODの測定分解能だけでなく, 補正用のステアリング・電磁石の設定分解能が寄与しており両者の性能が相俟ってこの性能を達成している。

謝辞

2006年のBPM信号処理回路の更新時のSPRING-8加速器部門のスタッフ各位の協力に感謝します。特に, 高嶋武雄, 小路正純の両氏には回路仕様の確定の各段階で全面的に協力いただきました。また, ADCボード, DSPボードの開発は福井達, 増田剛正の両氏に負っています。また, この両氏には新規回路の制御ソフトウェアの開発においても適切な助言をいただきました。また, 早乙女光一, 高雄勝の両氏には夏期停止期間終了後の加速器運転再開時における回路更新に必要な手順等について助言をいただき, これにより非常に順調に回路の移行を行うことができました。

回路の量産機仕様確定の最終段階からは藤田貴弘氏の参加を得て, それ以降量産機の受け入れ検査, 特性測定試験, ソフトウェアの作製, 実際のビーム運転における運用までほとんどの実働を担当してもらいました。彼の存在なくしては2006年度の更新は不可能であったものと思われます。

また, 移行後の種々のデータの取得におけるスタッフ各

位の協力に改めて感謝します。

APPENDICES

Appendix 1 : 式(1)から式(2)への変換

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)u(s) = 0 \quad \dots (1)$$

から

$$\frac{d^2\eta}{d\theta^2} + v^2\eta = 0 \quad \dots (2)$$

への変換は

$$u = \sqrt{\beta\eta} \quad \dots (A1.1)$$

$$\theta = \frac{1}{v} \int \frac{ds}{\beta} \quad \dots (A1.2)$$

である。ここで β は

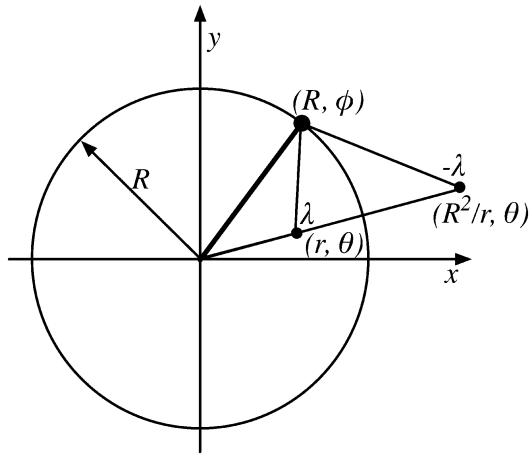


Fig. A1 An example of the geometry for the calculation of an induced charge at a point on a circular cylinder. The electric field at (R, φ) on the cylinder surface is calculated by the sum of the electric fields produced by the line charge with line density of λ located at (r, θ) and the the mirror charge of $-\lambda$ set at $(R^2/r, \theta)$.

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \left(\frac{d\beta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{d\beta}{ds}\right) \left(\frac{d^2\beta}{ds^2}\right) - 1 + K(s)\beta^2 = 0 \quad \dots \text{(A1.3)}$$

という方程式の周期解として得られる。

η は調和振動子の解であり振幅一定の振動であるので、 $u = \sqrt{\beta\eta}$ の形から、 $\sqrt{\beta}$ は各点での振幅を表すと考えることが出来る。

Appendix 2 : 円筒境界の場合の位置感度係数

Fig. A1 のような半径 R の円筒境界中の点 $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ に線電荷密度 λ の線電荷があった場合に境界上の点 $(X, Y) = (R \cos \varphi, R \sin \varphi)$ での電場は解析的に表すことが出来る、

$$E_{\perp} = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}\right) \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2 - 2Rr \cos(\varphi - \theta)} = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}\right) \frac{R^2 - (x^2 + y^2)}{R^2 + (x^2 + y^2) - 2(Xx + Yy)} \quad \dots \text{(A2.1)}$$

となる。

ガウスの定理により、これを電極の面積について積分すれば電極上に誘起される電荷を求めることが出来る。ここで電荷が $(x, y) = (0, 0)$ にあるときの無限小電極上の電荷は $Q = RE_{\perp}$ であり、中心 $(0, 0)$ 付近での Q の (x, y) に対する相対的な変化率を見てみると、

$$\frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial x} \Big|_{(x,y)=(0,0)} = \frac{2X}{R^2} = \frac{2 \cos \varphi}{R} \quad \dots \text{(A2.2)},$$

および

$$\frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{(x,y)=(0,0)} = \frac{2Y}{R^2} = \frac{2 \sin \varphi}{R} \quad \dots \text{(A2.3)}$$

である。以下中心付近に話を限ることにして、ここで

$$W_x(\varphi) = \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \dots \text{(A2.4)},$$

$$W_y(\varphi) = \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial y} \quad \dots \text{(A2.5)}$$

とすると、

$$\frac{dQ}{Q} = W_x dx + W_y dy \quad \dots \text{(A2.6)}$$

であるので W_x, W_y は各方向の変位に対する電荷の相対変化量の係数である。

例として φ を 0° と 180° に選んでそれぞれの差をとると

$$W_x(0) - W_x(\pi) = \frac{4}{R} \quad \dots \text{(A2.7)}$$

となる。また、 45° 配置の場合は

$$W_x\left(\frac{\pi}{4}\right) - W_x\left(\frac{3\pi}{4}\right) - W_x\left(\frac{5\pi}{4}\right) + W_x\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{R} \quad \dots \text{(A2.8)}$$

となる。いずれも R が分母にくるのでビーム位置変化に対する電荷の変化率はチェンバーの径に反比例するということがわかる。つまり、チェンバーが大きくなるほどビーム変位が電荷の変化率として測定しづらくなることを示している。ここで W_x, W_y などを組み合わせたものはビーム位置の変化と電荷の変化割合とを結びつける長さの逆数の次元をもつ量で、位置感度係数と呼ばれる。

Appendix 3 : ビームのスペクトル

いま、リング上のある一点でバンチの通過を観測した時の一つのバンチの時間波形が

$$f(t) \quad \dots \text{(A3.1)}$$

であるとする。

ビーム軸に垂直な方向の分布は無視する、あるいはビーム軸に射影したものと考えてもよい。以下、この形はバンチ当り電流値が変わっても変わらないと仮定し、考えている時間、例えばビーム位置を測定する時間に比べてビーム

の寿命は十分長いとしてその間の蓄積電流値の変化は無視できるとする。

ここで

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] \quad \dots \quad (\text{A3.2})$$

をこの波形のフーリエ変換とする。

一周に入っている電子ビーム全体の波形はこの個々のバンチ波形を RF の周期分だけずらしながら、バケットごとの電荷量に比例した重みをかけて足し上げればよいので一周分の波形を $g(t)$ とすると、

$$g(t) = \sum_{k=1}^h c_k f(t - kT_{RF}) \quad \dots \quad (\text{A3.3})$$

と表される。ここで、 h はハーモニック・ナンバーで、 c_k はバケットごとの電荷量に比例した重み、 T_{RF} は RF 加速周波数の逆数つまりバケット間隔である。

$g(t)$ という波形が周回周期ごとにやってくるので、時間領域の波形は結局

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_{rev}) \quad \dots \quad (\text{A3.4})$$

となる。ここで、 T_{rev} は周回周期である。

ここで、

$$G(\omega) = \mathcal{F}[g(t)] \quad \dots \quad (\text{A3.5}),$$

$$X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] \quad \dots \quad (\text{A3.6})$$

をそれぞれ $g(t)$, $x(t)$ のフーリエ変換とすると、

$$G(\omega) = \sum_{k=1}^h c_k \exp(-ik\omega T_{RF}) F(\omega) \quad \dots \quad (\text{A3.7})$$

となる。

また、 $x(t)$ は T_{rev} ごとの繰り返しの列となるので、スペクトルは周回角周波数 ($\omega_{rev} = 2\pi/T_{rev}$) およびその高調波の和となる。基本波を含む各高調波の成分を $\Xi(n\omega_{rev})$ (n は高調波の次数) とすると、 $x(t)$ のフーリエ変換は

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \sum_{v=-\infty}^{\infty} \Xi(n\omega_{rev}) \delta(\omega - n\omega_{rev}) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_{rev}) \omega_{rev} F(n\omega_{rev}) \\ &\quad \times \sum_{k=1}^h c_k \exp\left[-i2\pi k \left(\frac{n}{h}\right)\right] \quad \dots \quad (\text{A3.8}) \end{aligned}$$

となる。

いま整数 n を $n = ph + q$ とハーモニック・ナンバーで割った商と余りにわけて考えると、加速角周波数 ω_{RF} と周回角周波数には $\omega_{RF} = h\omega_{rev}$ の関係があり、また指数関数の変数 $-i2\pi k (n/h)$ が n がハーモニック・ナンバーの整数倍となる部分については指数関数の値が 1 となるので、剰余 q の部分だけを考慮すればよい。各高調波の成分は

$$\Xi(n\omega_{rev}) = \omega_{rev} F(p\omega_{RF} + q\omega_{rev}) \sum_{k=1}^h c_k \exp\left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h}\right)\right] \quad \dots \quad (\text{A3.9})$$

である。

ここで、 $q=0$ の場合、つまり加速角周波数の整数倍の場合を考えると指数関数の部分はすべて 1 となり、

$$\Xi(n\omega_{rev}) = \omega_{rev} F(p\omega_{RF}) \sum_{k=1}^h c_k \quad \dots \quad (\text{A3.10})$$

となる。ここで、 $\omega_{rev} \sum_{k=1}^h c_k$ は蓄積電流値に比例する部分であるので、加速周波数およびその高調波の成分はフィリング・パターンによらず、蓄積電流値およびバンチ波形のみによる値をもつことになる。

これらのフーリエ・スペクトルがどのようになるかの感触を得るために以下の 2 例のフィリング・パターンについて簡単に記す。つまり、

- (1) すべてのバケットに同量の電荷が入っているユニフォーム・フィリングと、
- (2) 唯一つのバケットだけに電荷が入り、他のバケットは空となっているシングル・バンチ・フィリングの 2 例について記す。

- (1) ユニフォーム・フィリングは

$$c_1 = c_2 = \dots = c_h = c_0$$

が条件なので

$$\sum_{k=1}^h c_k \exp\left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h}\right)\right] = c_0 \sum_{k=1}^h \exp\left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h}\right)\right] \quad \dots \quad (\text{A3.11})$$

で、これは $q \neq 0$ のとき、

$$c_0 \frac{1 - \exp(-i2\pi q)}{1 - \exp\left(-i \frac{2\pi q}{h}\right)} = 0 \quad \dots \quad (\text{A3.12})$$

で、 $q=0$ のときは

$$\sum_{k=1}^h c_k \exp \left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h} \right) \right] = c_0 h \quad \dots \quad (\text{A3.13})$$

なので、RF 周波数成分およびその高調波のみで構成されるスペクトルとなる。

(2) シングル・パンチ・フィリングは

$$c_1 = c_0, c_2 = c_3 = \dots = c_h = 0$$

が条件なので、

$$\sum_{k=1}^h c_k \exp \left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h} \right) \right] = c_0 \exp \left[-i2\pi k \left(\frac{q}{h} \right) \right] \quad \dots \quad (\text{A3.14})$$

となり、 $\Xi(n\omega_{rev})$ の絶対値は

$$|\Xi(n\omega_{rev})| = |F(n\omega_{rev})| \omega_{rev} \quad \dots \quad (\text{A3.15})$$

となって周回角周波数のすべての高調波が現れることになる。

Appendix 4 :

4 電極の信号強度を用いて下記の量を定義する。

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} + \frac{A_4 - A_3}{A_4 + A_3} \right) \quad \dots \quad (\text{A4.1}),$$

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{A_1 - A_4}{A_1 + A_4} + \frac{A_2 - A_3}{A_2 + A_3} \right) \quad \dots \quad (\text{A4.2})$$

これらを用いた水平・鉛直の位置が

$$x = k_x u \quad \dots \quad (\text{A4.3}),$$

$$y = k_y v \quad \dots \quad (\text{A4.4})$$

と表せるとして、これらに誤差伝搬を適用すると、

$$|\delta x|^2 = k_x^2 |\delta u|^2 = k_x^2 \sum_{i=1}^4 \left| \frac{\partial u}{\partial A_i} \delta A_i \right|^2 \quad \dots \quad (\text{A4.5})$$

$$|\delta y|^2 = k_y^2 |\delta v|^2 = k_y^2 \sum_{i=1}^4 \left| \frac{\partial v}{\partial A_i} \delta A_i \right|^2 \quad \dots \quad (\text{A4.6})$$

であるが、

$$\frac{\partial u}{\partial A_1} = \frac{A_2}{(A_1 + A_2)^2} \quad \dots \quad (\text{A4.7})$$

などを用い、またビームはチェンバーの中心付近を通過するとして 4 電極の信号強度が等しい値のまわりで評価することとして $A = A_1 = A_2 = A_3 = A_4$ を仮定すると、

$$\frac{\partial u}{\partial A} = \frac{1}{4A} \quad \dots \quad (\text{A4.8})$$

などとなる。これから、

$$|\delta x|^2 = k_x^2 A \left| \frac{\delta A}{4A} \right|^2 \quad \dots \quad (\text{A4.9})$$

すなわち

$$\delta x = \frac{1}{2} k_x \frac{\delta A}{A} \quad \dots \quad (\text{A4.10})$$

となる。

Appendix 5 : 直列接続の雑音指数

回路雑音の教科書によると、増幅器を直列に接続した時の全体の雑音特性は前段の増幅器の NF と増幅率 G および後段の NF で $NF_{tot} = NF_0 + (NF_1 - 1/G_0)$ と表される。ここで NF は Noise Figure といい、回路内部で発生される雑音を入力のス/N と出力のス/N の比のかたちで表したものである；

$$NF = \frac{(S/N)_{out}}{(S/N)_{in}}, \quad NF_{dB} = 10 \log_{10} NF.$$

サフィックスの 0 は初前段増幅器のものを示し 1 は後段を示す。また、dB 値の場合はサフィックス dB をつけ、そうでない場合は数値が dB 値ではなく比で表されることを示す。

なお、多段接続の場合は、

$$NF_{tot} = NF_0 + \frac{NF_1 - 1}{G_0} + \frac{NF_2 - 1}{G_0 G_1} + \dots + \frac{NF_m - 1}{G_0 G_1 \dots G_{(m-1)}}$$

となる。

参考文献

- 1) 佐々木茂樹, 藤田貴弘: “SPRING-8 蓄積リングにおけるビーム位置モニタ信号処理回路の更新”, 「加速器」Vol. 3, No. 4, 2006 (pp 344-353).
- 2) S. Sasaki, T. Fujita, M. Shoji and T. Takashima: “Upgrade of BPM Electronics for the SPRING-8 Storage Ring” Proceedings of Beam Instrumentation Workshop 2006, Batavia, Illinois 1-4 May 2006, AIP conference proceedings vol. 868, pp463-472.
- 3) S. Sasaki, T. Fujita, M. Shoji and T. Takashima: “Renewal of BPM Electronics of SPRING-8 Storage Ring”, Proceedings of DIPAC 2007, Venice, Italy, 20-23 May 2007.
- 4) T. Fujita, S. Sasaki, M. Shoji and T. Takashima: “Commis-

sioning and Status of New BPM Electronics for COD Measurement at the SPring-8 Storage Ring”, Proceedings of PAC07, pp. 3997-3999, Albuquerque, New Mexico, USA, 22-25 June 2007.

- 5) T. Fukui, T. Masuda, S. Sasaki, T. Takashima and R. Tanaka: “Applications of reconfigurable logic devices for accelerator controls”, Proc. of ICALEPCS '03, Gyeongju, Korea, 2003.

● 著者紹介 ●



佐々木茂樹

財団法人 高輝度光科学研究センター
加速器部門 主幹研究員

E-mail: sasaki@spring8.or.jp

専門：加速器ビーム診断

【略歴】

1985 東京大学大学院理学系研究科単位
取得退学，博士（理学）
理化学研究所流動研究員，研究員を経て
1999より現職。

Development of beam position monitor for a light source storage ring

Shigeki SASAKI Japan Synchrotron Radiation Research Institute/SPring-8 (JASRI)
Kouto, Sayo, Hyogo 679-5198, Japan

Abstract Beam position monitors for a light source storage ring utilize the image current induced on the surface of the vacuum chambers by the electron beam for obtaining the position information. Characteristics of the distribution of the current on the chamber and the time domain signal must be considered to extract the position information. The beam position monitor system of the SPring-8 Storage Ring will be described as an example.