

## Wavelet 変換を利用した SPring-8 ID23による軌道変動の解析

松下智裕<sup>1\*</sup>, 安居院あかね<sup>2</sup>, 吉越章隆<sup>2</sup>, 中谷 健<sup>1,2</sup>田中 均<sup>1</sup>, 高雄 勝<sup>1</sup>, 青柳秀樹<sup>1</sup>, 竹内政雄<sup>1</sup><sup>1</sup>高輝度光科学研究センター\*, <sup>2</sup>日本原子力研究所・関西研究所・放射光科学研究センターAnalysis of the Orbit Distortion Caused by SPring-8 ID23  
Using the Wavelet TransformationTomohiro MATSUSHITA<sup>1</sup>, Akane AGUP<sup>2</sup>, Akitaka YOSHIGOE<sup>2</sup>, Takeshi NAKATANI<sup>1,2</sup>,  
Hitoshi TANAKA<sup>1</sup>, Masaru TAKAO<sup>1</sup>, Hideki AOYAGI<sup>1</sup> and Masao TAKEUCHI<sup>1</sup><sup>1</sup>SPring-8/JASRI, <sup>2</sup>SPring-8/JAERI

## Abstract

We report the analysis of the electron beam position in the SPring-8 storage ring by means of the wavelet transformation. The phase motion of APPLE-2 type undulator (ID23) induces the electron beam position shift. In order to suppress the beam position shift, ID23 has been equipped with the steering magnets. It is important to evaluate the exact amount of the electron beam position shift to make a correction table of the steering magnets. The electron beam position data measured by the rf-BPM on the storage ring, includes many kinds of noises, such as the high and low frequency terms. Using the wavelet transformation, we have obtained the actual beam position shift induced by ID23 phase drive.

## 1. はじめに

蓄積リングに設置された挿入光源 (Insertion device: ID) の Gap を変化させると, ID 内部の磁場が変化し, ID 内部の電子軌道が変化する。これによって実験者が望む波長の放射光を発生できる。しかし一般に ID の誤差磁場の影響があるため, 電子軌道の補正を行わないと, 電子軌道は ID 内部の変化のみにとどまらず, 蓄積リング全体に及び, 蓄積リング上の全てのビームラインの光源の位置や角度に変動等を引き起こす。SPring-8 ではこのような影響を排除するため, 各挿入光源の前後に補正電磁石 (Steering magnet) を設置し, 電子軌道の変動を ID 内部に閉じこめ, 外側には影響を及ぼさないようにするシステムが構築されている。

SPring-8 の BL23SU 軟 X 線分光ビームラインの挿入光源 ID23 は APPLE-2 型の挿入光源である。構造を Fig. 1 に示す。光のエネルギーは Gap 駆動によって選択できる。更に対向する磁石列を平行に移動することで, 偏光をコントロールできる特徴を有する。この平行移動量を位相 (Phase) と呼ぶ。特に ID23 は高速位相駆動が可能で, 数秒で位相の駆動が完了する。これにより円二色性実験などの偏光を逐次変化させて計測する偏光変調計測に威力を発揮する。これについては本誌 vol. 14 (2001) p17-26<sup>1)</sup> で紹介されている。この位相の駆動も Gap 駆動と同様に電子

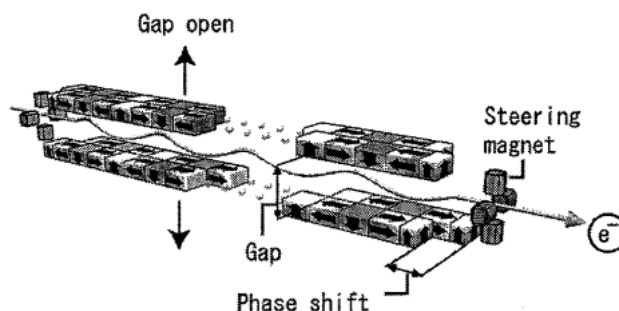


Figure 1. The magnetic structure of ID23, which consists of the double magnet arrays. Two steering magnets are located in upper stream and down stream of ID. They correct the electron beam position error caused by ID23.

軌道の変動を引き起こす。

位相駆動中の数秒間に発生する電子軌道のずれを押さえ込むには, 数ミリ秒間隔で ID23 の前後に設置された補正電磁石の励磁量を変化させる必要がある。Gap 及び位相の位置と励磁量の対応表 (補正励磁テーブル) は, 位相の依存性だけでなく Gap にも依存性があるので 2 次元テーブルとなる。この補正励磁テーブルを求める為に Fig. 2 のような手順を踏んで求められた。

軌道変動は蓄積リング上に数ヶ所に設置された rf-BPM

\* 高輝度光科学研究センター 〒679-5198 兵庫県佐用郡三日月町光都一丁目 SPring-8  
TEL: 0791-58-0831 FAX: 0791-58-0830 E-mail: matusita@spring8.or.jp

の信号によって測定される。実際に観測された軌道変動の一例を Fig. 3 に示す。この軌道変動はグラフの上側に示すような位相のパターン駆動をしたときのデータである。ID23が引き起こす軌道変動以外の成分が多く、ID23による信号が埋もれている。ID23が引き起こす軌道変動以外の成分を、ここでは「雑音」と定義しよう。この「雑音」成分はID23が誘起する軌道変動の周波数帯域は比較的成

分が少なく、より高周波と低周波の帯域の成分が大きいことがフーリエ解析によって分かった。

繰り返しID23を動かして、複数回同じ現象を観測し、それを足し合わせることで、ID23誘起の軌道変動を得ることが試みられたが、「雑音」の低周波成分の項が単純に足し合わせることを難しくしている。「雑音」の低周波成分はバックグラウンドの変動として影響し、同じ測定を数回行っても原点がずれる為、ID23が誘起した成分のみを定量的に抽出できない。さらに補正励磁テーブルの精度が向上するにつれてID23が引き起こす軌道変動は小さくなり、「雑音」の低周波の成分はID23が引き起こす軌道変動よりも大きくなってくる。

そこで位相駆動を周期的に行うことにより、FFT（高速フーリエ変換）と逆変換を使った周波数フィルタリングが提案された。しかし電気回路ならば完全な周期駆動は可能であろうが、ID23の位相駆動は重量構造物の機械的動作であり、完全な周期駆動をする為の仕組みを持っていない。よってFFTでは位相問題が生じて正確な軌道変動の抽出は難しいと考えられた。そこで、高周波と低周波の「雑音」を除去しFFTの位相問題を解決する為に、wavelet変換を利用した軌道変動解析を試みた。

### 2. Wavelet 変換

Wavelet変換とは信号を周波数に変換する方法の一種である。そもそもwavelet変換は音や画像を解析する技術として利用されてきた。例えば、歴史的に貴重なSP録音のオリジナル音楽成分を残したままノイズを劇的に減らしたり、画像の輪郭線を残したままノイズを除去したりすることが行われている。このwaveletの理論と応用が盛んになったのはここ10年ぐらいで、文献も数多くある(例えば2-4)。先にも述べたが信号を周波数成分に変換する方法として

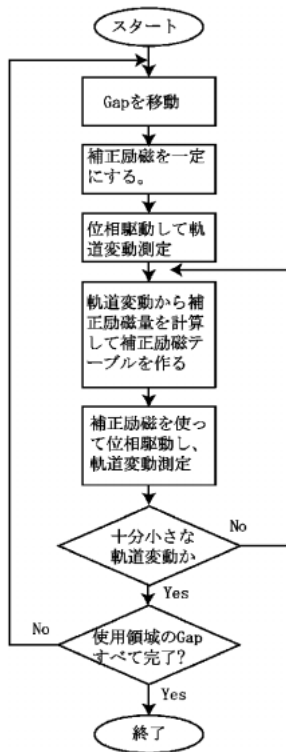


Figure 2. The flow chart of making the correction table of ID23.

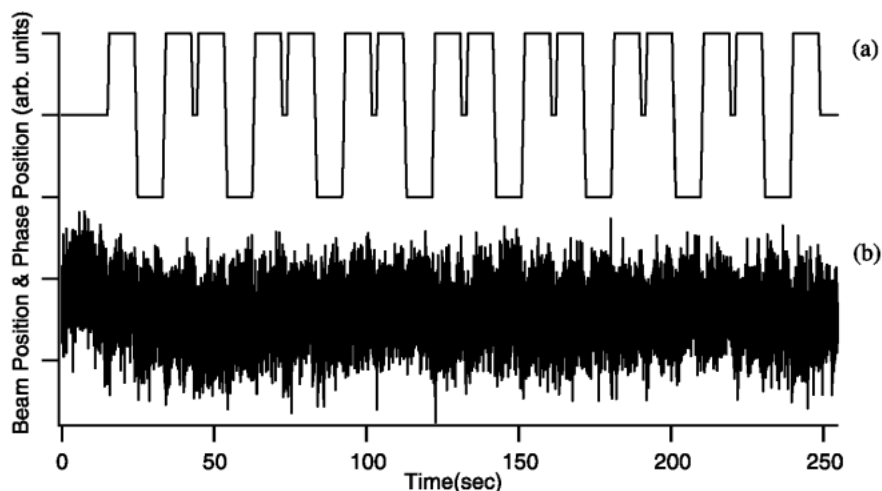


Figure 3. ID23 phase motion (a) and the raw data of the electron beam position (b) in the storage ring. The position shift of the electron beam may be caused by the ID23 phase motion, but this signal is hidden by the many kind of the noises.

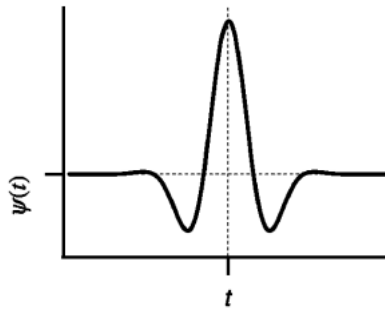


Figure 4. Gabor wavelet (real part). The formula is written as  $\psi(t) = Ce^{-t^2/a^2} \cos(t)$ .

FFT が広く知られている。FFT の基底関数は無限に様に広がった周期関数であり、FFT によってある時間にとの周波数に強度があるかは、窓関数の利用などの工夫が必要である。それに対し wavelet 変換では mother wavelet と呼ばれるコンパクトな波の薄片を使って信号を解析する。これによってどの部分（時間）にどの周波数があるかを解析できる。Fig. 4 に mother wavelet の一つである Gabor wavelet の形状を示す。これは古典的な wavelet であり、これ以外にも色々な形状を持つ mother wavelet が存在する。Mother wavelet は信号解析の目的に合わせて選ばれる。Wavelet 計算をするための数学的な問題として wavelet の直交性の問題やコンパクトサポートの問題などがあるがこれらの解説は他の文献に譲る<sup>2,4)</sup>。

Wavelet 変換には大きく分けて、積分 wavelet 変換と離散 wavelet 変換の 2 種類がある。積分 wavelet 変換は信号周波数の強度の解析に向いているが、オリジナル信号を加工する用途にはあまり向かないようである。我々の目的はオリジナルの信号から「雑音」を除去し、ID23 に起因する軌道変動成分を得ることなので、離散 wavelet 変換を利用する。離散 wavelet 変換を理解するためには、その逆変換の式(2.1)を見ると分かりやすい。

$$x(t) = \sum f(b, a) C \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.1)$$

$\psi(t)$  : Mother wavelet 関数

$f(b, a)$  : 係数

$x(t)$  : 再構成された元のシグナル

$C$  : Mother wavelet 規格化定数

パラメーター  $b$  は mother wavelet の平行移動量、 $a$  は伸縮の量である。この式は mother wavelet を平行移動したり引き伸ばしたり強度を変えたりしたものを重ねあわせることで、元のシグナルを再構成することを示している。この様子を Fig. 5 に示す。一番上のシグナルは、下の 4 つのシグナルの重ね合わせで作られている。例えばある  $f(b, a)$  がパルスノイズの成分だった場合、その  $f(b, a)$  の強度を 0 にすればノイズが除去できるのである。Fig. 5

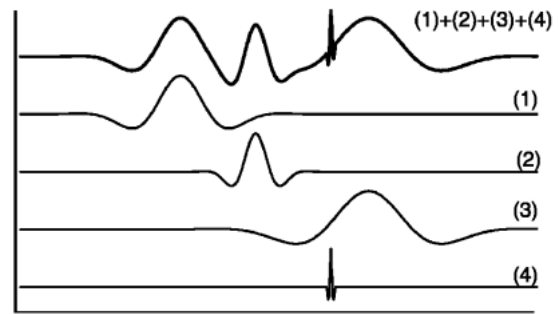


Figure 5. The upper signal is composed by the lower four wavelets.

では(4)がパルス成分的であり、この成分を除去すれば、合成されたシグナルから、パルスノイズを除去できることは、容易に想像できる。これは FFT にはできない信号処理であり、wavelet 変換の最大の特徴の一つである。このような信号処理が可能なのは mother wavelet が「1 次微分までの連続性」と「関数は有限な区間にのみ有限な値がある」という性質を持つように設計されており、その成分を取り出して強度を 0 にしたり、定数倍にしても合成された関数の滑らかさは保証されているためである。

さて、 $f(b, a)$  を求めるには下記の wavelet 変換式(2.2)を利用する。

$$f(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) C^* \psi^* \left[ \frac{-t-b}{a} \right] dt \quad (2.2)$$

ここで  $a, b$  の選び方いくつかのアルゴリズムがある。代表的な方法として Multi-Resolution Analysis (MRA) (多重解像度解析) というアルゴリズムがある。今回の軌道解析には用いなかったが主流なので簡単に解説する。MRA は直交 wavelet を利用する。まず mother wavelet を 1 倍、2 倍、4 倍、8 倍と伸張する ( $a=1, 2, 4, 8 \dots 2^{|m|}$ ,  $m$ : 負の整数)。 $m$  はちょうど、音楽のオクターブに相当し、 $m=-1$  ならば 1 オクターブ下という意味になる。よって  $m=-1, -2$ , と値が小さくなるにつれて、低周波になる。この mother wavelet を各オクターブで 1, 2, 4, 8 の座標間隔 ( $b=na, n$ : 整数) に並べると、この条件下で wavelet の間には直交関係が成立する。直交性を利用すると計算量が少なく、比較的高速に計算できる。この計算法を利用した画像や音声の圧縮、特殊なフィルター処理などが色々な分野で研究されている。

しかしながら MRA の処理ではパルスノイズ除去等のフィルター処理は完全でない場合がある。MRA では wavelet は直交するように離れた座標間隔 ( $b=na$ ) で配置されている。Wavelet が配置された座標上にたまたまパルスノイズが存在すれば、そのパルスノイズは 1 つの wavelet で表せる。しかし離散的に並べられた wavelet の空隙にパルスノイズが存在した場合は、その両脇の複数の wavelet に

よってパルスノイズは再構成されることになる。しかも空隙の何処にパルスノイズがあるかによって、再構成する wavelet 群の強度が異なる。したがってパルスノイズ特有の wavelet 構造が見分けにくくなり、完全なノイズ除去は難しくなる。

実際の軌道解析で利用したのは、matching pursuit という方法である<sup>3)</sup>。Matching pursuit では直交性を使わず、低周波数域でも緻密に並んだ wavelet を考慮する。すなわち MRA とは異なり、 $b=n$  ( $n$ : 整数) とする。この中から最もオリジナル信号にフィットしたものから順に抽出していく。抽出した後はオリジナル成分からその成分を取り除くと、オリジナル信号は wavelet の信号の抽出が進むに従い、次第にやせ細っていく。これによりオリジナルの信号を少ない wavelet の集合として表現できる。パルスノイズも少ない wavelet で表現でき、その除去も簡単となるのである。反面、直交性を利用しないため計算量が膨大である。しかしながら近年のコンピューターの発達によってこの計算時間は実用に耐えられるレベルになってきた。

3. ID23に起因する軌道変動の抽出処理

軌道変動は複数の rf-BPM にて、100 Hz のサンプリングレートで測定された。測定時間は測定条件によって異なるが、おおむね数分間観測される。よってデータ量は数万点程度になる。Matching pursuit によって周波数成分に分離する。今回使用した mother wavelet は直交 wavelet の Coiflet10 である。この wavelet は Fig. 6 のような形をしており、ホワイトノイズのフィルターなどに適していると云われている。Wavelet 変換した結果を Fig. 7 (a) に示す。ここで使ったデータは低周波成分 (Background) を抽出するために、元のデータを減量して計算している。

Fig. 7 (a) の -1 ~ -4 はオクターブを示し、そのグラフは wavelet の強度  $f(b, a)$  をプロットしている。その -1, -2, -3, -4 はそれぞれ 1.27 sec, 2.54 sec, 5.08 sec, 10.16 sec の周期の成分に相当する。図中の Background は -1 ~ -4 オクターブの wavelet では分解されなかった低周波数成分である。-1 オクターブは ID の位相の位置 (Phase Position) と余り相関の少ないシグナル分布であ

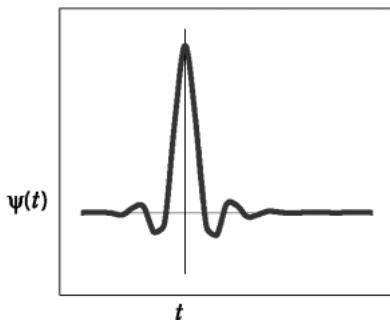


Figure 6. The shape of Coiflet10 wavelet.

るので、「雑音」の高周波成分と考えられる。-2, -3, -4 オクターブは位相の位置と相関がある成分が見え、ID23が誘起する軌道変動成分を主に含んでいると考えられる。そして低周波成分の Background には ID23の駆動と相関する成分は含まれていない。ID23の駆動と相関のない Background と -1 オクターブの wavelet をゼロにして、逆 wavelet 変換をすると ID23のみの軌道変動成分が主に残ることになる。実際の計算は精度を上げる必要性か

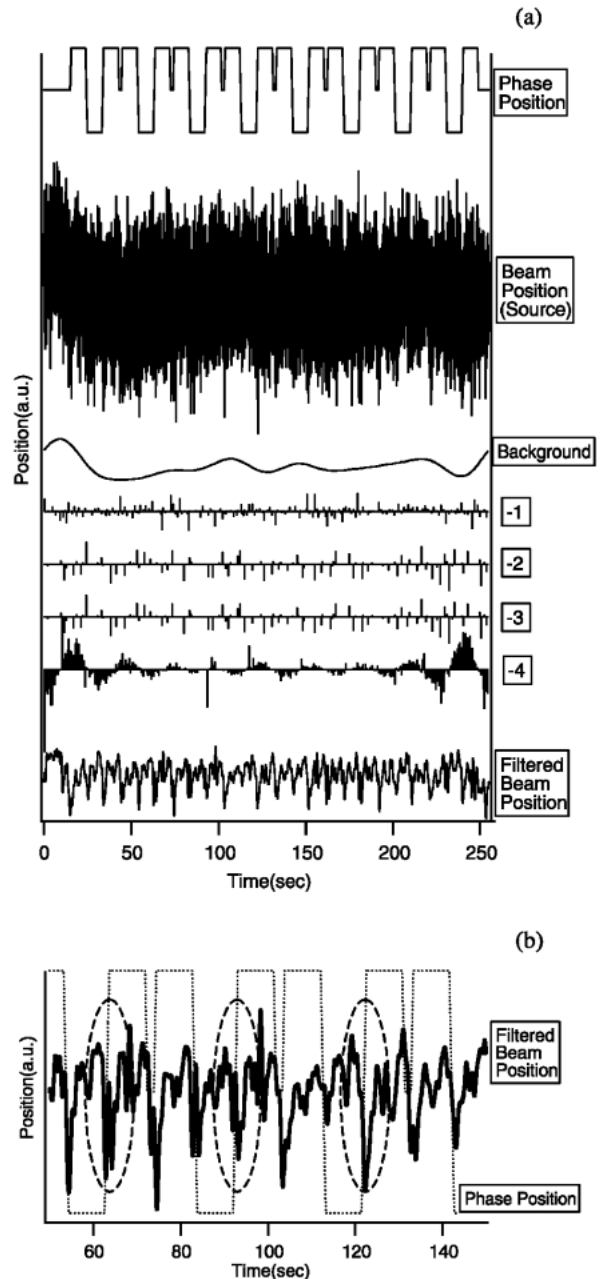


Figure 7. (a) The wavelet transformation (WT) of the electron orbital signal. The means of lines are written in the right hand of the figure. Background is calculated by WT. The captions -1, -2, -3, -4 are the octave of the wavelets.

(b) A part of the filtered beam position. The dashed ellipse lines are the typical orbital shift patterns.

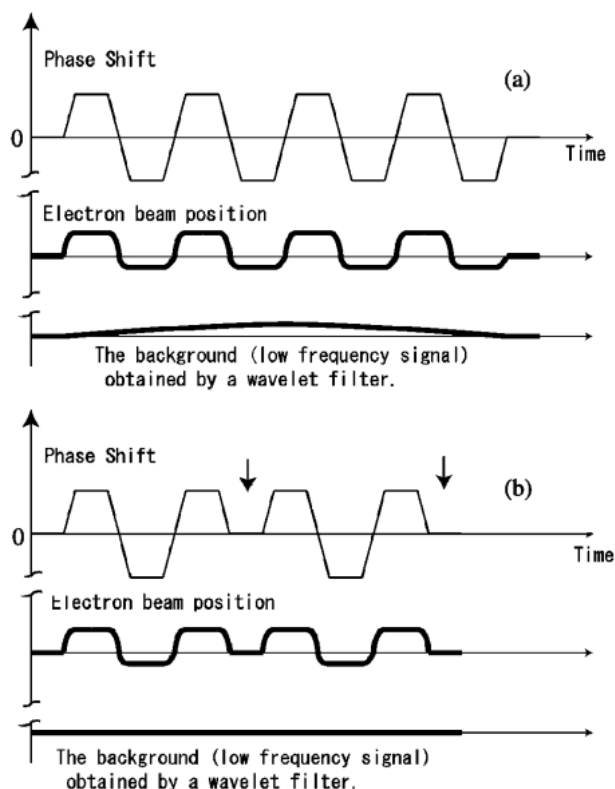


Figure 8. The phase motion patterns. (a) is simple pattern, but it includes a problem. (b) was used in the real observation.

ら、前述の Background を減量していない元のデータから差し引き、そして減量を行わずに再び wavelet 変換して高周波数成分の「雑音」を除去した。

再構成された軌道変動を Fig. 7 (a) の一番下のグラフに、その一部の拡大を Fig. 7 (b) に示す。位相が動いている最中の領域（例えば Fig. 7 (b) の破線の楕円の領域）に注目すると、特有のパターンがあるのが良く分かる。これが ID23 の位相の駆動に伴う軌道変動であり、原点のシフトも小さい。このデータから位相駆動した時間に対応する部分を切り出して、8~10個所を足し合わせることで、精度の良い軌道の変動量が求められる。

さらにここで工夫を加えてある。ID23 の位相駆動のパターンを Fig. 7 のようにしているのは理由がある。簡単に考えると、Fig. 8 (a) のような駆動パターンで良さそうに思われるが、これでは問題があった。ID23 は位相 = 0 mm で Gap 駆動する。よって位相 = 0 mm が軌道変動の原点になる。Fig. 8 (a) の場合、位相が 0 mm になるとき、すなわち軌道変動が「原点」に戻る時は初めと終わり以外は瞬間しかない。Fig. 8 (a) の Electron beam position のように誘起される軌道変動の重心が位相 = 0 と異なる場

合、重心移動が低周波成分に含まれてしまう (Fig. 8 (a) の最下図)。このまま低周波成分のバックグラウンド成分を差し引くと原点 (位相 = 0 mm) は正確でなくなる。そこで ID23 の位相駆動パターンを変更して Fig. 8 (b) の矢印の部分のように位相 = 0 mm に戻す処理を加えた。これで低周波成分から重心移動を除去しているのである。

1 回分の軌道変動の計測では、水平方向と垂直方向の測定を蓄積リング上の 3 箇所の rf-BPM で行うので、合計 6 つの膨大な軌道変動データが発生する。1 箇所の Gap で軌道変動が十分小さくなるまでには、3~4 回の軌道の計測と補正テーブルの更新を必要とする。したがって軌道変動量をすぐに求めて、次の計測に繋げなくてはならない。6 箇所の軌道変動データに Pentium III 1 GHz クラスのコンピュータを一台ずつ割り当て合計 6 台の PC にて各々の計算させて処理時間を短縮した。1 つのデータ処理にかかった時間は 5 分から 10 分程度である。このデータ処理はコンピュータの速度向上と、各種パラメーターの最適化によって更に高速化が可能であると考えている。

#### 4. 結び

最終的に得られた結果は、かなり小さな ( $1 \mu\text{m}$  以下) 電子ビームの軌道変動までを精度良く抽出できることを示した。このように wavelet 変換は計算量が膨大であるけれども、観測者にとって有益な情報を抽出できる。この方法は ID23 の高速位相駆動の軌道解析に適用され、その威力を発揮した。現在は ID23 の Gap 駆動に対しても適用を試みている。これにより放射光リングの電子軌道のさらなる安定化、ひいては放射光の安定化が期待できる。紙面の都合上 wavelet 変換の概略の説明のみとなったが、wavelet 変換の有用性は紹介できたと思う。今後は利用実験においてもこの技術の応用を進めていきたい。

#### 5. 謝辞

日本原子力研究所・放射光科学研究センターの方々、JASRI 加速器部門、制御グループの方々、および SPring-8 の多くのスタッフの皆さま方からご助力をいただきました。ここに改めて感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 安居院あかね, *et al.*: 放射光学会誌 vol. 14, No. 5, Nov., (2001) 17; A. Agui, *et al.* Rev. Sci. Instrum. **72**, 3191 (2001).
- 2) 戸田浩: C MAGAZINE, 12 (1998).
- 3) 戸田浩: C MAGAZINE, 1 (2001).
- 4) Howard L. Renikoff, Raymond O. Wells, Jr, WAVELET ANALYSIS, Springer, ISBN 0-387-98383-X.